

1 INTRODUZIONE

1.1 GENERALITA'

La recente disponibilità di metodi di calcolo raffinati e mezzi computazionali (hardware e software) di elevate prestazioni consente di effettuare, nel campo dell'ingegneria nucleare, analisi accurate in relazione ad importanti problemi di sicurezza. Nel presente lavoro sono state analizzate in particolare le conseguenze di un evento di PTS (*Pressurized Thermal Shock*) originatosi a seguito di un MSLB (*Main Steam Line Break*).

Lo scopo che ci si propone è quello di verificare, con particolare riferimento al *vessel* di un generico reattore di tipo WWER-1000/320 a 4 *loops* da 3000 MWth, se sussistono adeguati margini di sicurezza relativamente all'infragilimento neutronico del materiale (durante la vita operativa dell'impianto l'irraggiamento neutronico provoca un degrado delle caratteristiche del materiale prospiciente il nocciolo, aumento della temperatura di transizione duttile-fragile e diminuzione anche marcata della tenacità a frattura); a tal proposito è stato studiato il comportamento di una ipotetica cricca localizzata immediatamente sotto la *Cold Leg* numero 1, allo scopo di valutare la possibilità di una sua propagazione instabile attraverso lo spessore.

Il lavoro ha lo scopo ulteriore di dimostrare la fattibilità di calcoli accoppiati (termoidraulici – strutturali) nell'analisi di meccanica della frattura. La stima delle sollecitazioni termo-meccaniche nella struttura in pressione è stata infatti condotta accoppiando il codice termoidraulico di sistema Relap 5/mod3.3 con il codice strutturale agli elementi finiti Ansys 5.7.

Il sistema nucleare nel suo complesso è stato opportunamente discretizzato tramite il codice termoidraulico. I risultati termoidraulici dedotti dall'analisi Relap del transitorio sono stati poi utilizzati come dati di ingresso per il calcolo strutturale agli elementi finiti. Sia nel calcolo termoidraulico che in quello strutturale è stata presa in considerazione la presenza del *cladding* in acciaio inossidabile; ove possibile i risultati ottenuti per *vessel* con e senza *cladding* sono stati confrontati fra loro. Lo studio di meccanica della frattura è stato condotto considerando sia una cricca monodimensionale passante (assiale e circonferenziale) sia una cricca bidimensionale superficiale semiellittica (assiale).

Per la cricca monodimensionale sono stati considerati tre differenti profondità dell'apice: 7 mm (cricca superficiale), 73 mm (1/4 dello spessore del *vessel*), 196 mm (> 1/2 dello spessore del *vessel*).

Per la cricca bidimensionale sono stati considerati diversi valori del semiasse minore (apice): $a = 7$ mm con $a/c = 0.5$; $a = 16$ mm con $a/c = 0.3$; $a = 73$ mm con $a/c = 0.5$ dove a/c è il rapporto di aspetto (rapporto fra il semiasse minore "a" e il semiasse maggiore "c" dell'ellissi). L'analisi della cricca bidimensionale è stata condotta considerando il *vessel* senza *cladding*.

I risultati termoidraulici dedotti dall'analisi Relap sono stati utilizzati anche come dati di ingresso per un calcolo fluidodinamico realizzato con il codice Trio_U. Questo ultimo codice, di tipo CFD (*Computational Fluid Dynamic*), ha permesso di condurre l'analisi del miscelamento del fluido primario nella zona del *downcomer* e di determinarne gli effetti sui risultati di meccanica della frattura.

Nei paragrafi successivi di questo capitolo vengono proposti alcuni richiami teorici sul PTS, sulle procedure di analisi nell'ambito della meccanica della frattura lineare elastica e sui codici di calcolo termoidraulici e strutturale utilizzati. Nel capitolo 2 viene descritto brevemente il reattore nucleare WWER-1000/320 mentre nel capitolo 3 vengono descritte le linee guida fornite dall'IAEA per effettuare una analisi di PTS. Il capitolo 4 si occupa dello sviluppo di un modello termoidraulico semplificato utilizzato per stimare i requisiti minimi richiesti alla discretizzazione Relap del RPV. Nel capitolo 5 viene riportata l'analisi termoidraulica e strutturale per la cricca monodimensionale

mentre nel capitolo 6 viene effettuata l'analisi di meccanica della frattura per la cricca bidimensionale semiellittica. Il capitolo 7 si occupa del calcolo idraulico di miscelamento nel *downcomer* effettuato con il codice CFD mentre il capitolo 8 riporta le conclusioni del lavoro.

1.2 ANALISI STRUTTURALE DEL VESSEL IN CONDIZIONI DI PTS

Il PTS (*Pressurized Thermal Shock*) non è altro che un transitorio termoidraulico in cui un forte sovra-raffreddamento del circuito primario determina uno shock termico nel materiale costituente il *vessel* mentre la pressione si mantiene su valori elevati. Le tensioni termiche risultanti dal rapido raffreddamento delle pareti, in combinazione con le sollecitazioni prodotte dalla pressione interna, producono un elevato stato di trazione sulla superficie interna del contenitore. In presenza di fessure e in condizioni di degrado delle proprietà meccaniche del materiale il PTS può determinare la propagazione instabile della fessura. Le variazioni nei parametri operativi dell'impianto (temperatura e pressione) necessari per produrre un evento di PTS sono molto più elevate di quelle che si manifestano durante il normale esercizio dell'impianto e sono pertanto associabili solo a condizioni incidentali. Vi è una ampia casistica di incidenti (relativi sia al circuito primario che al circuito secondario) che possono dar luogo a PTS. Per quanto riguarda il circuito primario di fondamentale importanza nell'ambito del PTS sono i LOCA (sia SBLOCA che LBLOCA, ovvero *Small Break Loss of Coolant Accident* e *Large Break Loss of Coolant Accident*). In tali tipi di incidente si verifica un abbassamento della temperatura del fluido primario a seguito della depressurizzazione provocata dalla rottura e della iniezione di acqua fredda da parte dei sistemi di emergenza ECCS. La pressione nel caso di LBLOCA tende a diminuire molto rapidamente alleviando in parte le condizioni di PTS. L'incidente di SBLOCA è in una certa misura più gravoso perché la dimensione della rottura non è sufficiente a produrre una depressurizzazione rapida: la temperatura e la pressione scendono pertanto più lentamente fino a quando le pompe di ricircolo cavitano e il refrigerante si muove in circolazione naturale. La fuoriuscita dalla rottura può essere compensata dal sistema di iniezione ad alta pressione (HPCI: *High Pressure Cooling Injection*); se però la portata di quest'ultimo è inferiore alla portata di fluido che esce dalla rottura il livello di liquido nel *downcomer* diminuisce e l'acqua iniettata nelle *Cold Legs* può lambire direttamente la parete del *vessel* senza preventivo miscelamento. Vengono così a crearsi condizioni gravose di PTS. Per quanto riguarda il sistema secondario degno di nota in relazione al presente lavoro è l'incidente di rottura della linea vapore (MSLB = *Main Steam Line Break*). Una rottura di grosse dimensioni nella linea vapore determina depressurizzazione del fluido contenuto nel generatore di vapore (lato secondario). La rapidità di depressurizzazione dipende dalle dimensioni della rottura e dalle perdite di carico fra generatore e rottura stessa (portata critica). L'acqua presente nel GV, inizialmente in condizioni di saturazione, si trova rapidamente in stato metastabile (ovvero a temperatura maggiore della temperatura di saturazione); ne consegue un "flashing" con aumento del livello e incremento del coefficiente di scambio fra fluido primario e fluido secondario. Conseguenza di questa serie di fenomeni è che il fluido primario esce dal generatore di vapore più freddo rispetto alle condizioni normali ed entra nel *downcomer* del reattore (ancora in pressione) provocando il raffreddamento localizzato della parete. Vengono così a determinarsi condizioni di PTS.

Il rischio di rottura in condizioni di PTS è connesso in particolare ai seguenti fattori:

- presenza di difetti acuti
- condizioni di elevato raffreddamento (shock termico)
- degrado della tenacità del materiale

L'origine di difetti sulle pareti del *vessel* può essere ricercata nella tecnologia costruttiva (in particolar modo nelle saldature) e nell'esercizio dell'impianto (propagazione di difetti per fatica o per corrosione). L'approccio più corretto per l'analisi sarebbe di tipo probabilistico, individuando una distribuzione di possibili fessure e analizzandole statisticamente. Nell'ambito del presente

lavoro si è adoperato un approccio di tipo deterministico, ipotizzando cioè la presenza di una cricca (di dimensione variabile) monodimensionale infinita e bidimensionale semiellittica superficiale sollecitata secondo il modo di apertura I. La tipica geometria considerata per la cricca monodimensionale è rappresentata in figura 1.1

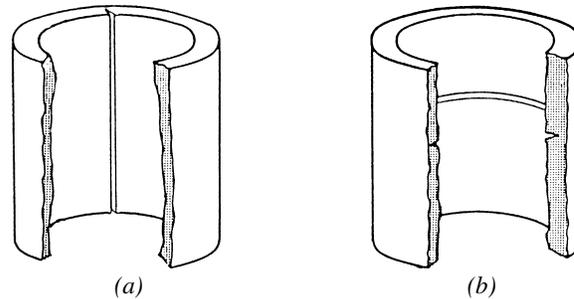


Fig. 1.1 cricca monodimensionale assiale (a) e circonferenziale (b)

Tale tipo di geometria è vantaggiosa perché riduce i costi di calcolo (monodimensionale) ed è comunque rappresentativa della zona delle saldature circonferenziali e assiali, particolarmente critiche dal punto di vista della propagazione di un ipotetico difetto. Come vedremo meglio nel capitolo 5 la cricca assiale risulta soggetta a tensioni più elevate rispetto alla cricca circonferenziale. Per quanto riguarda la cricca semiellittica è stato adottato un modello di calcolo semplificato dedotto dalla letteratura, che in pratica modifica il problema da bidimensionale a monodimensionale (cfr. capitolo 6).

La verifica di integrità del *vessel* è stata effettuata nell'ambito della meccanica della frattura lineare elastica (LEFM). In tale ambito il comportamento del materiale è di tipo fragile, ovvero la propagazione instabile di un difetto coinvolge una limitata zona di plasticizzazione all'apice della fessura. Nell'ambito della LEFM la previsione circa il comportamento di una fessura acuta passa attraverso la conoscenza di alcuni parametri del materiale quali la tenacità a frattura (K_{Ic}) e la tenacità all'arresto (K_{Ia}). In un problema complesso come quello di una analisi di PTS le curve di tenacità, sia K_{Ic} che K_{Ia} , sono variabili col tempo e con la posizione (presentano in genere un andamento crescente nello spessore del *vessel* dovuto sia alla presenza del gradiente termico sia dalla diminuzione della fluenza neutronica man mano che ci si allontana dalla superficie interna del recipiente); può aversi di conseguenza una propagazione a scatti della fessura (può succedere che un difetto arrestatosi possa ripropagare successivamente, andando ad interessare progressivamente tutto lo spessore) in funzione del valore dello *Stress Intensification Factor* (Fattore di intensificazione degli sforzi KI). Questo ultimo è il parametro fondamentale di confronto per stabilire in una analisi LEFM la eventuale propagazione di una cricca. La condizione critica assume pertanto la forma:

$$KI > K_{Ic} \quad \text{propagazione instabile}$$

Naturalmente non è così facile stabilire i valori di tenacità a frattura e all'arresto, dipendendo quest'ultimi da numerosi parametri. In genere i dati sperimentali relativi alla tenacità in funzione della temperatura di duttilità nulla NDT (*Nil Ductility Temperature*) sono dispersi su una notevole banda di risultati, in particolare nella zona di transizione. Dal momento che le relazioni di verifica precedenti devono poter essere esprimibili per tutti i punti del *vessel*, anche in prossimità dei cordoni di saldatura e nelle zone termicamente alterate, è essenziale avere una curva di riferimento

valida per varie colate di materiale; nell'ambito dei reattori americani per esempio le norme ASME definiscono una curva di tenacità ottenuta come involuppo inferiore di una notevole quantità di dati sperimentali derivanti da prove di arresto e prove di propagazione dinamica. Tale curva detta "la curva da un milione di dollari" visto il costo realizzativi di prove sperimentali per valori di tenacità elevate (sopra i $150 \text{ Mpa}\sqrt{\text{m}}$ occorrono provini di spessore notevole) è normalizzata mediante una particolare temperatura di riferimento detta RTNDT (Reference Temperature Nil Ductility Transition, o anche RNDT). La RTNDT è definita come la minore tra le seguenti temperature:

a) la NDT misurata con il Drop Weight Test di Pellini b) la $T_{68j} - 33^\circ\text{C}$, dove la T_{68j} è la temperatura a cui corrisponde una energia Charpy pari a 68J. La figura 1.2 riporta la curva di riferimento per le norme ASME.

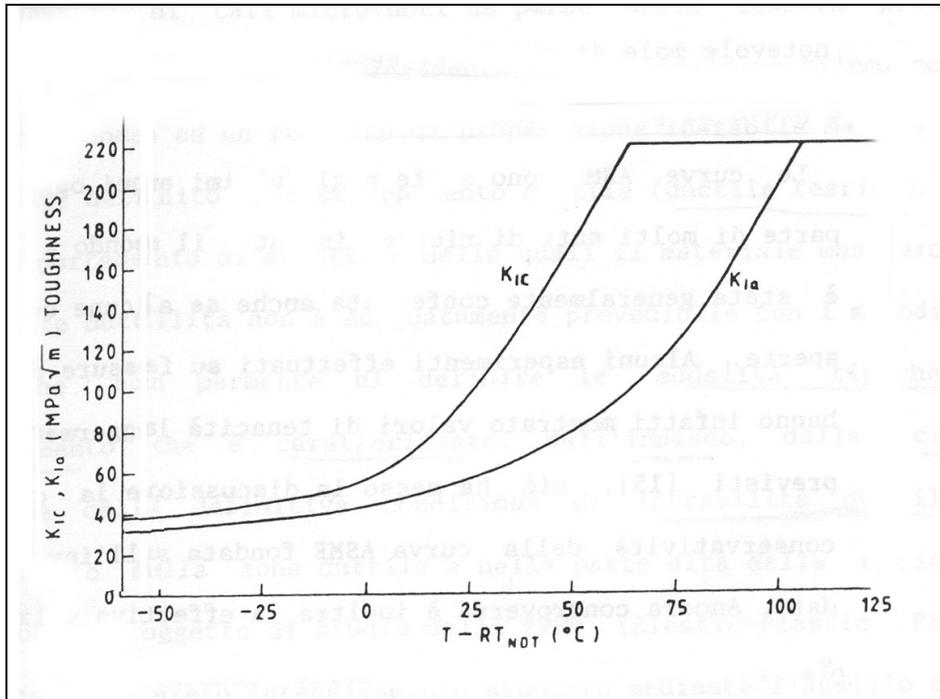


Fig.1.2 curva di riferimento per la tenacità secondo le ASME

Nell'ambito del presente lavoro, con riferimento al reattore WWER-1000, si è adottata una curva di tenacità consigliata dalle guide dell'IAEA (International Atomic Energy Agency - cfr. capitolo 3) e dedotta dalle normative russe. Anch'essa rappresenta il K_{Ic} con un andamento di tipo esponenziale in funzione della differenza $T-RNDT$.

Una analisi di meccanica della frattura nell'ambito di un evento di PTS è complicata anche da fenomeni di "warm pre-stress", ovvero pretensionamento a caldo. E' stato dimostrato infatti che il caricamento in condizioni di elevata duttilità (a caldo) di una fessura e il suo successivo raffreddamento e caricamento in campo fragile determina una tenacità apparente più elevata del materiale circostante. In pratica per avere propagazione è necessario applicare al difetto una sollecitazione più elevata rispetto a quella che determinerebbe la propagazione instabile in assenza di warm pre-stress. Tale fenomeno nasce dalle deformazioni plastiche che si generano all'apice della fessura a seguito di autotensioni di compressione. In presenza di warm pre-stress si assume che la propagazione della cricca avvenga solo nella parte crescente della curva riportante lo *Stress Intensification Factor* in funzione del tempo.

La determinazione dello *Stress Intensification Factor* è stata effettuata tramite il metodo della *Weight Function*. Tale metodo è basato sul principio di sovrapposizione e vale unicamente nell'ambito della meccanica della frattura lineare elastica. Il metodo deriva dall'osservazione che

differenti condizioni di carico possono determinare lo stesso SIF. Considerando per esempio una piastra soggetta ad un carico uniforme come mostrato in figura 1.3.

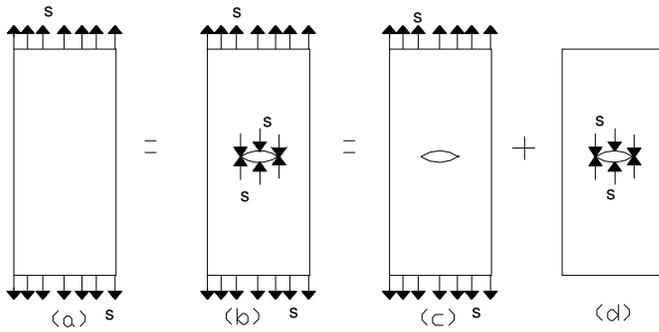


Fig.1.3 schema per l'applicazione del principio di sovrapposizione

Se le equazioni sono lineari possiamo immaginare lo schema di sovrapposizione degli effetti evidenziato in figura. Come si nota nella figura b la cricca può essere virtualmente eliminata applicando ai lembi il carico di compressione s ; tale carico è uguale e di segno opposto al carico applicato (nella zona in cui si trova il difetto) alla piastra senza cricca (figura a); quest'ultimo carico è detto "carico o tensione nominale". Si noti che per le due piastre le condizioni al contorno sono le stesse. Il metodo prevede quindi che il valore del KI possa essere determinato con una relazione del tipo indicato in figura 1.4.

$KI = \int_0^a \sigma(x) H(x, a) dx$	
--------------------------------------	--

Fig. 1.4 Weight Function

Nella relazione integrale $\sigma(x)$ è la tensione nominale e $H(x, a)$ è una funzione della sola geometria del difetto (in particolare della lunghezza a della cricca) denominata *Weight Function* (WF).

Il vantaggio di questo approccio è che la tensione nominale viene calcolata come se la cricca non fosse presente e che la WF non dipende dalle condizioni di carico; il problema maggiore risiede nel costo computazionale richiesto per la definizione delle WF per i vari tipi di geometrie che si possono incontrare nell'analisi. Per geometrie semplici la WF può ottenersi per via teorica; per geometrie più complesse sono state proposte in letteratura molti metodi numerici o approssimati per determinare l'appropriata WF. In appendice D si riporta la *Weight Function* adoperata per l'analisi della cricca monodimensionale.

Merita effettuare un breve cenno sull'effetto dell'irraggiamento neutronico sulle proprietà del materiale del *vessel*. Nelle condizioni di impiego le caratteristiche del materiale sono soggette a variazioni a causa dell'esposizione alle radiazioni prodotte nel processo di fissione. Sulla struttura metallica del *vessel*, le uniche radiazioni che producono effetti rilevanti sono quelle neutroniche.

Lo spettro di energia dei neutroni che arrivano sul contenitore varia da qualche eV per i neutroni termici a parecchi milioni di eV per i neutroni veloci. In relazione agli effetti che producono, sono significativi i soli neutroni veloci poiché essi possono cedere per urto agli atomi del metallo una energia sufficiente a spostarli dalla loro posizione normale nel reticolo cristallino. Si vengono in tal modo a creare dei difetti cristallini (atomi interstiziali e lacune) la cui aggregazione (in "*clusters*") produce i principali effetti sulla variazione delle proprietà meccaniche.

La grandezza usata per quantificare l'entità della radiazione è la fluenza dei neutroni veloci (energia > 1 MeV). Con il termine fluenza si intende l'integrale nel tempo del flusso neutronico; questo

parametro si misura in neutroni per unità di superficie (n/cm^2) e si indica con il termine Φt (il materiale di cui è composto il *vessel* del reattore WWER-1000 presenta un valore di fluenza a fine vita di circa $3.7 \div 4.0 \cdot 10^{23}$ neutroni/ m^2). Nella zona della *belt-line* la fluenza assume il valore massimo, in corrispondenza della superficie interna, e decresce nello spessore del *vessel* con andamento esponenziale (a causa dell'assorbimento dei neutroni).

La formazione di *clusters* produce sensibili effetti sulle proprietà meccaniche del materiale dal momento che ostacola il movimento delle dislocazioni. L'irraggiamento neutronico determina sull'acciaio del *vessel* le seguenti variazioni:

- incremento dei limiti di rottura e di snervamento
- incremento della durezza
- riduzione della duttilità
- riduzione della tenacità a frattura

La figura 1.5 evidenzia l'aumento della tensione di snervamento e della tensione di rottura oltre che la diminuzione dell'allungamento percentuale a seguito dell'irraggiamento.

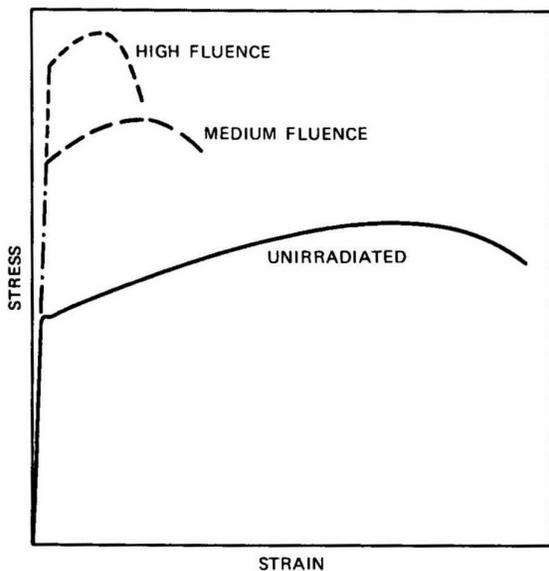


Fig. 1.5 variazione delle proprietà meccaniche del materiale irraggiato

Lo studio intensivo di provini Charpy inseriti all'interno del *vessel*, periodicamente rimossi e soggetti alla prova di resilienza, ha mostrato che l'effetto principale dell'irraggiamento neutronico consiste in un aumento della temperatura di transizione NDT. Tale aumento, proporzionale all'incremento della tensione di snervamento, è esprimibile con una relazione del tipo:

$$\Delta T = B \cdot \sqrt{\Phi t}$$

l'aumento di temperatura di transizione ΔT è connesso alla fluenza Φt tramite il fattore B , dipendente dal tipo di colata considerata. Le prove Charpy non sono comunque sufficienti a definire il comportamento a frattura del materiale irraggiato. Alcune relazioni empiriche permettono per esempio di correlare il KIc del materiale irraggiato ai valori di energia di rottura ottenuta con le prove Charpy. Sulla base di tali relazioni è possibile definire delle curve che riportano la variazione del KIc in funzione della temperatura al variare della fluenza. Le figure 1.6 e 1.7 mostrano per esempio gli effetti dell'aumento della temperatura critica (con l'irraggiamento) sulle caratteristiche di tenacità a frattura e di resilienza.

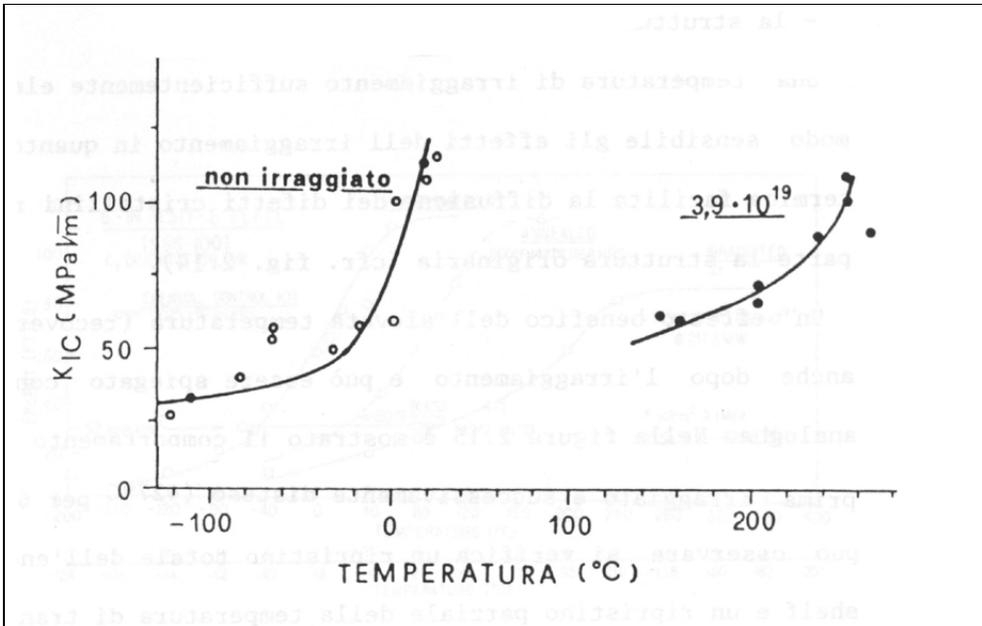


Fig. 1.6 effetti dell'irraggiamento sul K_{Ic}

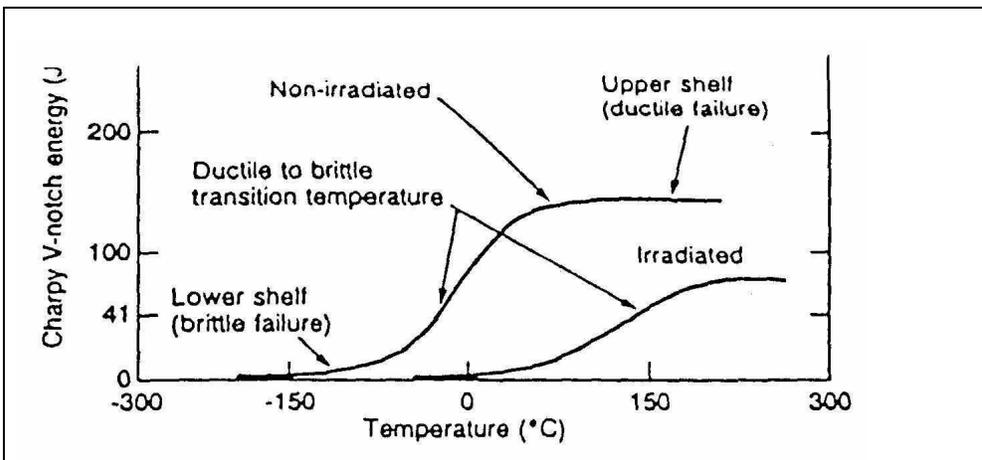


Fig.1.7 proprietà di resilienza del materiale irraggiato misurata con prova Charpy

Analizzando le figure si possono osservare tre effetti principali determinati dall'irraggiamento neutronico:

- aumento della temperatura di transizione NDT
- diminuzione di tenacità a frattura
- diminuzione del livello di energia in campo duttile (*upper shelf*).

La variazione della temperatura di transizione NDT, per differenti acciai, è mostrata in figura 1.8 in funzione della fluensa neutronica. La dipendenza della NDT dalla fluensa è pressoché lineare agli alti valori di flusso neutronico (circa $3 \cdot 10^{23}$ neutroni/m², $E > 0.5$ MeV). Sempre dalla figura 1.8 si nota che la pendenza della retta aumenta all'aumentare del contenuto di nichel dell'acciaio.

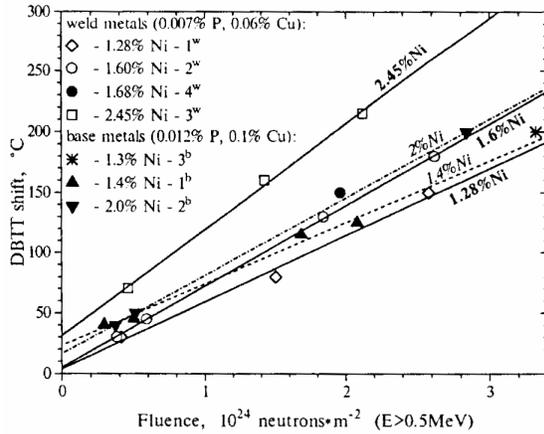


Fig. 1.8 andamento della NDT con la fluenza

La figura 1.9 mostra i dati sperimentali relativi alla variazione delle proprietà meccaniche del materiale utilizzato per la costruzione del *vessel* del reattore WWER-1000 in funzione della fluenza. In ascisse i valori della fluenza e in ordinate la tensione di snervamento $R_{p0.2}$ e la tensione di rottura R_m . Il materiale in esame presenta un significativo incremento della tensione di snervamento per i valori più elevati della fluenza; per valori più bassi mostra invece un evidente decremento (il minimo si raggiunge intorno ai $3 \cdot 10^{23}$ neutroni/m²).

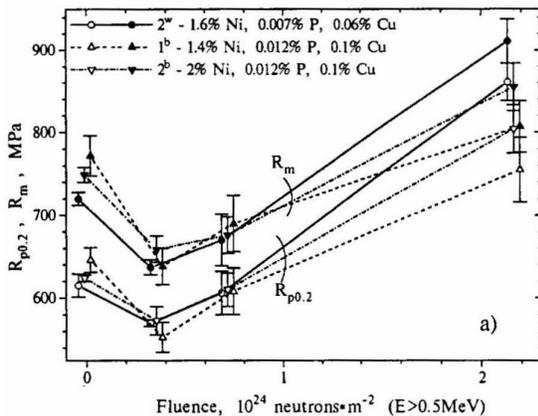


Fig. 1.9 proprietà meccaniche dell'acciaio costituente il WWER-1000 in funzione della fluenza

Il materiale impiegato nella costruzione del *vessel* del reattore WWER-1000 (tabella 1.1) è un acciaio al carbonio classificato con la sigla 15Cr2NMFA e derivante da un precedente acciaio noto come 15Cr2MFA e utilizzato nei reattori WWER-440.

La resistenza alla penetrazione e la duttilità è stata incrementata aumentando il tenore di nichel (ma il valore massimo è limitato all'1.5% per preservare l'acciaio dai danni causati dall'infragilimento termico e neutronico).

% Mass of Elements							
Material	C	Cr	Ni	Mo	V	Mn	Other
15Cr2NMFA	.11-21	2.0-3.0	1.5 max	.6-.8	.1 max	.3-.6	Cu .1-.2
Sv08CrGNMT	.08	2.5	1	.7	<.1	.5	<.1 Cu, <.01 P
A							

Tab.1.1 caratteristiche chimiche del materiale utilizzato per il vessel e per i cordoni di saldatura del WWER-1000

1.3 DESCRIZIONE DEL CODICE TERMOIDRAULICO RELAP 5/MOD3.3

Il codice Relap5/Mod3.3 è stato sviluppato presso l'INEL (*Idaho National Engineering Laboratory*) per conto della *U.S. Nuclear Regulatory Commission* (NRC) per effettuare l'analisi di transitori in reattori ad acqua leggera (LWR). Le applicazioni previste sono le più varie, dalla simulazione di transitori dovuti alla perdita di refrigerante, ATWS (*Anticipated Transient Without Scram*), ai transitori operazionali (perdita di acqua di alimento, trip di turbina ecc), alla valutazione delle linee guida predisposte per gli operatori fino alla progettazione e il *licensing* di nuovi reattori. La versione Mod3.3 del Relap5, sviluppata in collaborazione fra la NRC ed un consorzio di organizzatori internazionali, facenti parte dell'ICAP (*International Code and Application Program*) e del suo successore CAMP (*Code Application and Maintenance Program*) è un codice monodimensionale bifase le cui equazioni vengono risolte da uno schema numerico parzialmente implicito che rende possibili analisi parametriche, estremamente importanti per la progettazione.

Ad ogni componente dell'impianto vengono associati dei "modelli", attraverso i quali è possibile simulare l'intero sistema. I modelli inclusi nel codice simulano pompe, valvole, tubi, *jet pumps*, turbine, separatori, accumulatori, riscaldatori elettrici, ma anche strutture in grado di assorbire o cedere calore, sorgenti neutroniche e sistemi di controllo. In aggiunta sono inclusi anche modelli speciali riguardanti i coefficienti di perdita di carico, il flusso tra sezioni rapidamente variabili, il flusso stratificato, il trasporto di non condensabili.

Occorre tenere in considerazione che il codice Relap5, è un codice di sistema, finalizzato cioè all'analisi delle interazioni fra i vari componenti; per questo motivo non offre una descrizione dettagliata dei fenomeni relativi ai singoli componenti. Il modello di tipo monodimensionale e dipendente dal tempo "a due fluidi" impiegato dal codice è basato sullo studio del comportamento di una miscela bifase acqua-vapore, contenere eventualmente un gas non condensabile nella fase vapore e/o un componente non solubile nella fase liquida.

Il codice risolve sei equazioni di campo in sei variabili dipendenti (pressione e frazione di vuoto, energie interne specifiche e velocità delle due fasi) espresse in funzione di due variabili indipendenti, il tempo e lo spazio. In presenza di un componente incondensabile, sono incluse un'altra equazione ed un'altra variabile dipendente esprimente il rapporto fra la massa di incondensabile e la massa totale della fase gassosa; in presenza di più incondensabili viene utilizzata una equazione relativa alle frazioni di massa. Se è presente il boro è altresì utilizzata un'altra equazione ed un'altra variabile dipendente (la concentrazione del boro).

Fenomeni dipendenti da gradienti trasversali, come trasmissione di calore o fenomeni di attrito, sono formulati in termini di proprietà mediate per mezzo di correlazioni e modelli empirici.

Le "*heat structures*" disponibili nel codice permettono di calcolare il calore scambiato attraverso i bordi dei volumi fluidodinamici usati per schematizzare il sistema reale. Le equazioni del modello di scambio termico si basano sulla legge di conduzione del calore monodimensionale in geometria rettangolare, cilindrica o sferica; appropriati fattori moltiplicativi permettono di convertire l'unità di superficie utilizzata da codice in quella reale. I valori relativi alla conducibilità termica ed al calore specifico dei materiali, entrambi dipendenti dalla temperatura, possono essere forniti o in forma tabulare o come valori di *default* previsti dal codice.

Le condizioni al contorno includono condizioni di simmetria o adiabatiche, tabelle di temperature superficiali in funzione del tempo e flusso termico imposto.

Tutte le equazioni del modello termico e del modello fluidodinamico vengono risolte per mezzo della tecnica delle differenze finite di tipo semi-implicito, ma è anche possibile risolverle tramite un modello completamente implicito. Lo schema si basa sulla sostituzione del sistema di equazioni differenziali con un sistema di equazioni alle differenze finite, parzialmente implicito nella variabile tempo. I termini impliciti sono trattati come lineari nelle variabili dipendenti, al nuovo passo temporale; questo porta ad una matrice di avanzamento temporale di tipo lineare, che viene risolta

mediante inversione diretta. La linearità conduce ad una notevole diminuzione del tempo di calcolo, eliminando il bisogno di risolvere iterativamente i sistemi di equazioni non lineari.

Le equazioni alle differenze finite si basano sul concetto di volume di controllo, nel quale si conservano sia la massa che l'energia (l'accumulo di tali grandezze nel volume deve eguagliare, in senso algebrico, le quantità che attraversano i confini della cella). Il modello definisce le proprietà scalari medie del fluido nel volume (pressione, energia, densità e frazione di vuoto) mentre calcola le grandezze vettoriali (velocità) sul bordo dei volumi stessi. Tali grandezze sono associabili a scambi di massa ed energia tra volumi contigui e sono definite attraverso l'uso di "momentum control volumes" centrati nei confini dei volumi (figura 1.10).

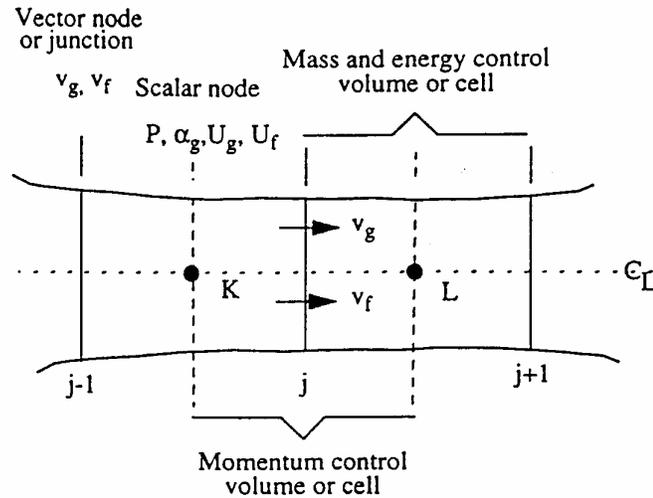


Fig.1.10 schema del modello di calcolo in Relap

Questo approccio porta ad uno schema in cui le proprietà scalari sono definite nei centri delle celle e le quantità vettoriali ai confini delle stesse. I volumi di controllo sono collegati in serie, usando delle giunzioni, in modo che il percorso del fluido fra i volumi sia adeguatamente simulato; ogni volume è caratterizzato da una direzione orientata, che ne definisce l'ingresso e l'uscita, e dall'area della sezione trasversale; ogni giunzione è definita da un'area e da una orientazione rispetto ai volumi che collega. Tutti i percorsi interni, alternativi, del fluido devono essere adeguatamente simulati ed esplicitamente modellati.

Il codice è organizzato secondo una struttura modulare; i modelli e le procedure sono separati in diverse *subroutines*. Il livello superiore consta di tre blocchi (figura 1.11):

INPUT DECK	per i dati in ingresso;
TRNCTL	per il calcolo stazionario e transitorio;
STRIP	per estrarre i risultati;

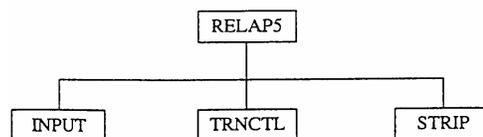


Fig.1.11 suddivisione in blocchi del codice Relap

Dei tre il primo merita un approfondimento. Tutti i dati relativi al sistema da simulare, sono inseriti nel file di input, nel quale sono accuratamente descritti tutti i componenti e tutte le variabili di interesse per il calcolo. Le istruzioni sono fornite in termini di “cards” progressive, in cui le informazioni vengono scritte secondo una determinata sintassi. I dati da inserire possono essere raggruppati in cinque aree distinte: strutture idrodinamiche, strutture termiche (*heat structures*), sistemi di controllo, parte neutronica e sistema di trip.

Le informazioni idrodinamiche principali sono caratterizzate dallo specificare le sezioni di passaggio del fluido, le lunghezze dei componenti e la loro orientazione, i dettagli geometrici necessari al calcolo dai diametri idraulici, la rugosità della parete, i dati per il calcolo delle perdite di carico, le condizioni iniziali nelle quali si trova il sistema e le caratteristiche delle pompe.

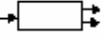
Le informazioni riguardanti le strutture termiche sono determinate definendo gli spessori dei materiali e le loro masse, la lunghezza dei tubi, i diametri interni ed esterni, i tipi di materiali con le relative proprietà in funzione della temperatura, la potenza termica delle sorgenti di calore e la loro posizione, le distribuzioni iniziali di temperatura.

Per definire i sistemi di controllo occorre specificare i diagrammi a blocchi, le relazioni tra i vari sistemi e con i componenti controllati, le caratteristiche del controllo, i *setpoints*, i guadagni, i ritardi, nonché i limiti massimi e minimi.

I dati di tipo neutronico sono immessi specificando la reattività iniziale dell’impianto e le sue caratteristiche, la frazione dei neutroni ritardati e le frazioni dei prodotti di fissione.

Il sistema di trip e le dichiarazioni logiche consentono all'utilizzatore di costruire funzioni complesse che permettono di caratterizzare tutte le possibili azioni proprie di un transitorio termoidraulico (apertura o chiusura di una valvola, accensione o spegnimento dei riscaldatori, entrata o meno in funzione di sistemi di sicurezza), a partire da dichiarazioni di “vero” o “falso”. Ogni trip rappresenta una affermazione logica, ma alcuni di essi possono anche fare riferimento ad altri trip tramite opportune operazioni logiche matematiche. Lo stato dei trip viene determinato e controllato ad ogni passo temporale. Il blocco input processa i dati in ingresso, controlla eventuali inconsistenze, prepara i blocchi dei dati per il calcolo e la simulazione.

Per la simulazione di un circuito termoidraulico appartenente ad un impianto nucleare sono possibili due filosofie: o si simula il circuito con delle componenti estremamente specifiche (pressurizzatore, generatore di vapore, core ecc.) o si simula con delle componenti che risultano il più possibile generali (per esempio l’elemento pipe e i volumi dipendenti dal tempo necessari per simulare le condizioni al contorno). Il codice Relap segue un approccio misto, mettendo a disposizione alcuni elementi estremamente generici ed altri specifici per un impianto nucleare. Alcuni elementi generali sono mostrati nella tabella 1.2.

Component	Label	Schematic	Primary Uses
Single-volume	SINGLVOL		Represents a portion of stream-tube that doesn't require a PIPE or BRANCH.
Pipe or annulus	PIPE		Represents a pipe in the system. PIPE can have 1 to 100 subvolumes. PIPE with more than 1 subvolume has internal junctions connecting the subvolumes.
	ANNULUS		Special form of PIPE. Has the same characteristics as PIPE but is used to simulate annular flow passages.
Branch	BRANCH		Represents a stream-tube flow juncture that can have as many as 10 junctions defined.
	SEPARATR		Special form of BRANCH that simulates a water separator in a steam generator.

Component	Label	Schematic	Primary Uses
	JETMIXER		Special form of BRANCH that simulates a jet pump.
	TURBINE		Special form of BRANCH that simulates a steam turbine.
	ECCMIX		Special form of BRANCH that simulates a stream-tube flow juncture with a potential of large condensation rates.
Single-junction	SNGLJUN		Designed to connect one component to another.
Multiple-junction	MTPLJUN		Connects components to other components (up to 100 connections allowed).
Time-dependent volume	TMDPVOL		Specifies boundary conditions on system model.
Time-dependent junction	TMDPJUN		Connects one component to another and specifies junction boundary conditions concurrently.
Valve	VALVE		Simulates the actions and the presence of six different valve types: check, trip, inertial, motor, servo, and relief. The valve component is a special junction component.
Pump	PUMP		Simulates the actions and presence of a centrifugal pump.
Accumulator	ACCUM		Simulates a PWR accumulator. Model includes not only the vessel, but also the accumulator surge line.

Tabella 1.2 elenco dei componenti termoidraulici

1.4 DESCRIZIONE DEL CODICE DI CALCOLO CFD TRIO_U

Il codice di calcolo Trio_U vers.1.3.2 è un codice di calcolo termoidraulico tridimensionale di tipo CFD (*Computational Fluid Dynamic*) sviluppato dal “Departement de Thermohydraulique et de Physique SMTH/LDTA” del “Commissariat à l’Energie Atomique – CEA” di Grenoble (Francia). Il codice risolve le equazioni di bilancio (o di conservazione) in tre dimensioni specificate le condizioni iniziali e al contorno tramite opportuni metodi numerici. Effettuiamo un breve richiamo sulle equazioni di bilancio e sulle ipotesi semplificative assunte per la loro risoluzione.

1.4.1 equazioni di bilancio

a) conservazione della massa

L’equazione di bilancio di massa può essere espressa tramite la seguente equazioni differenziale, nota come equazione di continuità. Si ottiene imponendo la conservazione della massa entrante e uscente in un volume di controllo.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

Se il fluido è incomprimibile l’equazione si riduce a:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

b) conservazione della quantità di moto

L'equazione può assumere una forma conservativa (3) ed una non conservativa (4):

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (4)$$

La seconda si ottiene semplificando la prima tramite l'equazione di continuità. Il termine $\bar{\tau}$ rappresenta la componente viscosa del tensore degli sforzi (ovvero la componente deviatoria del tensore degli sforzi di Cauchy $\bar{\tau} = \bar{\sigma} - p\bar{I}$). L'unica forza di massa presente è quella gravitazionale. Il primo termine a primo membro rappresenta l'unico contributo dipendente dal tempo che caratterizza la fase transitoria mentre il secondo termine rappresenta il contributo avvevivo (trasporto di quantità di moto). Per risolvere le equazioni in forma "chiusa" occorre introdurre delle relazioni costitutive che legano il tensore degli sforzi al campo di velocità. Supponendo il fluido Newtoniano l'equazione costitutiva da utilizzare è del tipo:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \left(\mu' - \frac{2}{3}\mu \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij} \quad (5)$$

Dove δ_{ij} è il simbolo di Kronecker, μ è la viscosità dinamica e μ' la "bulk viscosity", piccola per fluidi densi e di solito trascurabile. Per fluido incompressibile il secondo termine della (5) può essere trascurato e la legge costitutiva acquista la forma:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (6)$$

Introducendo la (6) nella (4) otteniamo le equazioni di Navier-Stokes (7), nelle quali sparisce il tensore degli sforzi e compaiono solo legami fra i termini del campo di velocità.

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \right] - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (7)$$

La dipendenza della densità dalla temperatura viene di solito espressa tramite l'approssimazione di Boussinesq; il termine ρg_i viene cioè scomposto nelle componenti $\rho_0 g_i$ e $(\rho - \rho_0) g_i$; il primo di questi due termini viene conglobato nel termine di pressione:

$$\tilde{p} = p + \rho_0 g_i$$

mentre al secondo termine viene attribuita la dipendenza dalla temperatura secondo la relazione:

$$(\rho - \rho_0)g_i = -\beta\rho_0g_i(T - T_0) \quad (8)$$

dove T_0 è la temperatura di riferimento corrispondente alla pressione p_0 e β è il coefficiente di espansione volumetrica a pressione costante.

c) conservazione dell'energia

Introducendo le ipotesi semplificative:

- variazione di energia cinetica e potenziale trascurabile
- lavoro delle forze viscoso trascurabile
- non ci sono sorgenti interne di calore
- non ci sono ulteriori sorgenti di calore

l'equazione di bilancio di energia assume la forma:

$$\frac{\partial(\rho c_v T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j c_p T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (9)$$

Dove c_p e c_v sono i calori specifici a pressione e volume costante e λ è la conducibilità termica del fluido. Se si assumo uguali i due calori specifici (per esempio se consideriamo un fluido incomprimibile) la (9) assume la forma:

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (10)$$

Dove è stato introdotto il numero di Prandtl $Pr = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$ (rapporto tra diffusività molecolare della quantità di moto e diffusività termica)

1.4.2 generiche equazioni di conservazione di grandezze scalari

Nel caso in cui si consideri la variazione nel volume di controllo di una generica proprietà scalare Φ si adottano equazioni di trasporto del tipo:

$$\frac{\partial(\rho\Phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \Phi)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu}{Sc} \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \right) + S \Phi \quad (11)$$

formalmente identica alla (10) sostituendovi Φ al posto di T e Sc ($Sc = \frac{\mu}{\Gamma}$ numero di Schmidt, dove Γ è il coefficiente di diffusione) al posto di Pr. Nei casi in cui Sc e Pr sono identici la soluzione delle due equazioni del trasporto è simile. Il termine $S\Phi$ costituisce l'eventuale termine di sorgente.

1.4.3 termini di sorgente

I termini di sorgente possono essere introdotti in ogni equazione di bilancio. Per esempio per simulare la presenza di una sorgente interna di calore è possibile definire una potenza termica volumetrica da inserire nell'equazione di conservazione dell'energia. Possono essere introdotte sotto forma di termine di sorgente anche i contributi dovuti alle perdite di carico. Quest'ultime vengono modellate in Trio_U come un gradiente di pressione del tipo

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} = -\frac{1}{2} \frac{C_f}{D} |U|U \quad (12)$$

Dove D è il diametro idraulico e C_f è il coefficiente di Darcy, esprimibile in genere tramite una relazione del tipo

$$C_f = a Re^{-b} \quad (13)$$

con a e b opportuni coefficienti. Per esempio per $4000 < Re < 100000$ e tubi lisci circolari può essere utilizzata la relazione di Blasius

$$C_f = 0.3164 Re^{-0.25} \quad (14)$$

In Trio_U è possibile definire perdite di carico sia in direzione longitudinale (concorde al flusso di massa) sia in direzione trasversale, usate spesso per "forzare" il flusso in una specifica direzione. Va comunque ricordato che il termine di sorgente può influenzare la stabilità numerica del calcolo.

1.4.4 modelli numerici utilizzati da Trio_U

Il metodo di discretizzazione delle equazioni di bilancio in forma conservativa utilizzato da Trio_U è basato su di un approccio ai volumi finiti (VDF = Volumes Differences Finis). Le equazioni di conservazione (crf. par.1.4.1) vengono integrate sui volumi di controllo che costituiscono il dominio di discretizzazione. Tale dominio è costituito da una griglia strutturata ortogonale, ovvero la griglia è costituita da parallelepipedi (volumi di controllo) con le facce orientate concordemente agli assi del sistema di riferimento cartesiano. La mesh strutturata ortogonale rappresenta il metodo più facile ed immediato per discretizzare un dominio di calcolo, unendo la facilità con la quale è possibile realizzare semplici modelli ad un costo computazionale esiguo, molto minore, a parità di volumi di controllo utilizzati, rispetto a quello richiesto da una griglia non strutturata. Svantaggio di tale approccio è la difficoltà nella realizzazione di modelli

particolarmente complessi: linee e superfici non ortogonali agli assi cartesiani, superfici curve ecc. mostrano il caratteristico andamento a gradini. Gli integrali di volume e di superficie che si ottengono vengono poi approssimati con funzioni delle variabili incognite calcolate nei nodi della griglia al fine di ottenere un sistema di equazioni non lineare. Il vantaggio di tale approccio è che i flussi attraverso le superfici delle celle sono sempre continui “per costruzione” garantendo quindi la conservatività delle grandezze fisiche. Tutte le variabili scalari (pressione, temperatura) sono valutate al centro delle celle mentre le variabili vettoriali (velocità) sono valutate al centro delle facce. Il codice, nelle sue versioni più recenti, permette anche una discretizzazione basata sul metodo degli elementi finiti (VEF = Volumes Elementes Finis ovvero Finite Element based Finite Volume); quest’ultimo è un metodo ibrido che unisce fra loro un approccio ai volumi finiti ad uno agli elementi finiti. Difatti il dominio viene discretizzato in “elementi” (triangolari per problemi bidimensionali e tetraedrici per problemi tridimensionali) e le equazioni di bilancio sono integrate sui volumi di controllo associati a tali elementi. Le variabili incognite sono espresse poi come combinazione di funzioni di forma, assegnate ad ogni elemento e dipendenti dai valori nodali.

Una volta che le equazioni di conservazione sono state discretizzate si ottiene un sistema di equazioni algebriche le cui incognite sono le variabili fisiche nei nodi. Le equazioni di Navier-Stokes e le equazioni discretizzate che da esse derivano non sono lineari. Per applicare risolutori lineari il codice implementa apposite tecniche numeriche. Dal punto di vista computazionale il termine delle equazioni discretizzate più critico è quello relativo alla pressione; per questo è necessario utilizzare risolutori di pressione particolarmente efficienti. I metodi disponibili in Trio_U a questo scopo sono:

- metodo di Cholesky: è un metodo diretto (non iterativo), ed è il più veloce per risolvere sistemi di equazioni lineari, ma richiede un quantitativo di memoria proporzionale al quadrato del numero di celle utilizzate per discretizzare il dominio di calcolo; non può inoltre essere utilizzato per calcolo in parallelo fra più elaboratori.

- metodo del gradiente preconditionato: è un metodo iterativo che richiede meno memoria rispetto al metodo di Cholesky. Il problema della risoluzione di un sistema lineare è ridotto alla minimizzazione di un residuo. Il metodo utilizza una tecnica di preconditionamento (SOR = Successive Over Relaxation) per accelerare la convergenza ed è particolarmente efficiente per calcolo in parallelo.

Il termine dipendente dal tempo delle equazioni discretizzate può essere risolto per mezzo di metodi espliciti quali per esempio il metodo di Eulero. Nel caso di problemi conduttivi o diffusivi tridimensionali occorre che siano verificate alcune condizioni di stabilità numerica. Difatti i termini avvevivi e diffusivi delle equazioni del trasporto determinano alcune condizioni di stabilità esprimibili per esempio con le seguenti relazioni:

$$\Delta t_{\text{conv}} = 1 / \left(\frac{|U_x|}{\Delta x} + \frac{|U_y|}{\Delta y} + \frac{|U_z|}{\Delta z} \right) \quad \text{Courant Friedrich Levy Criteria} \quad (15)$$

$$\Delta t_{\text{diff}} = 1 / 2v \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right) \quad \text{Fourier Criteria} \quad (16)$$

dove v è il valore maggiore fra le diffusività in gioco ($\nu, \nu_t, \alpha, \alpha_t, \dots$). Ad ogni passo temporale questi due parametri vengono calcolati in maniera indipendente e il passo temporale (*time step*) da utilizzare alla iterazione successiva è calcolato con la relazione

$$\Delta t_{\text{stab}} = \text{fac sec} \cdot \left[\frac{1}{\Delta t_{\text{diff}}} + \frac{1}{\Delta t_{\text{conv}}} \right] \quad (17)$$

dove *facsec* è un fattore di sicurezza variabile da 0 a 1. Può essere aggiustato manualmente per eliminare le instabilità presenti nel calcolo.

1.4.5 modelli utilizzati per stimare la turbolenza

Un flusso turbolento è caratterizzato da fluttuazioni temporali dei parametri fisici. Per quantificare tali fluttuazioni i codici di calcolo utilizzano il termine di energia cinetica turbolenta (*k*) definito come:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'}$$

dove l'apice indica una delle componenti fluttuanti della velocità. Il termine *k* non tiene conto dell'anisotropia dei fenomeni di turbolenza (ovvero della differenza fra le 3 componenti fluttuanti della velocità) e quindi induce in qualche misura una perdita di informazione. Ad ogni modo l'energia cinetica turbolenta è il termine che viene trasferito fra le varie zone del fluido; per caratterizzare tale fenomeno di trasferimento di energia da zone ad elevata vorticosità a zone in cui i moti avvengono su scala più piccola viene introdotto il tasso di dissipazione ε :

$$\varepsilon = \nu \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_i'}{\partial x_k}}$$

I metodi utilizzati da Trio_U per risolvere le equazioni di bilancio tenendo conto della turbolenza possono essere suddivise in tre categorie principali:

- DNS (Direct Numerical Simulation)
- LES (Large Eddy Simulation)
- RANS (Raynolds Averaged Navier-Stokes)

Il metodo DNS risolve le equazioni di conservazione nella loro forma completa determinando le variabili incognite in funzione del tempo e dello spazio. Il livello di dettaglio ottenuto è massimo e non vi sono perdite sostanziali di informazione. Il costo computazionale di questo approccio è di solito molto oneroso. Gli altri due modelli cercano invece di semplificare le equazioni effettuando appropriate operazioni di “filtraggio” (medie temporali e spaziali) che conducono inevitabilmente a perdita di informazione ma a una diminuzione sostanziale dei tempi di calcolo. E' necessario in tal caso fornire una appropriata “modellazione” dei fenomeni per chiudere e rendere risolvibili le equazioni di bilancio. Si riporta una breve descrizione dei tre modelli.

a) DNS

Il metodo utilizza una discretizzazione spaziale e temporale molto fine (in modo da risolvere anche la più piccola scala dei fenomeni in gioco) associata ad un dominio sufficientemente largo da includere le più grandi strutture turbolente; il costo computazionale di un simile approccio è molto

alto; il numero di nodi da utilizzare cresce rapidamente all'aumentare del numero di Reynolds turbolento pertanto al momento è possibile effettuare calcolo di tipo DNS solamente per problemi a basso numero di Reynolds (poche centinaia) e con elaboratori in parallelo (e tempi di calcolo di settimane). I risultati ottenuti utilizzando questi metodi sono talmente dettagliati da poter sostituire i dati sperimentali nella validazione di altri tipi di simulazioni.

b) LES

Questo metodo applica un “filtro” spaziale alle equazioni di Navier-Stokes, ovvero risolve solo i vortici turbolenti di ampiezza più elevata e “modella” quelli più piccoli. L'idea fondamentale è che i vortici più ampi siano i responsabili principali sia del trasporto di energia e di quantità di moto sia dell'anisotropia della turbolenza. Per questo motivo devono essere correttamente risolti. I vortici più piccoli invece sono distribuiti in maniera più uniforme e partecipano comunque in maniera meno intensa ai fenomeni di trasporto. Possono quindi essere modellati senza introdurre un errore eccessivo nei risultati. Indicando con N_{DNS} il numero di nodi necessari per una tipica griglia di un problema DNS e con N_{LES} il numero di nodi necessari per il corrispondente problema risolto col metodo LES è stato dimostrato che:

$$N_{LES} \approx \left(\frac{0.4}{Re_{\tau}^{\frac{1}{4}}} \right) N_{DNS}$$

Il “filtraggio” è il metodo adottato per separare i vortici turbolenti più ampi da quelli più piccoli. Si tratta di una media spaziale locale dei parametri fisici che preserva solo la componente avente scala più grande. In Trio_U l'ampiezza di filtraggio Δx_i coincide con l'ampiezza di discretizzazione spaziale delle equazioni; in questo caso l'operazione di filtraggio viene effettuata implicitamente in fase di integrazione delle equazioni mediate di conservazione sul volume di controllo. Applicando l'operazione di filtraggio (indicata con il simbolo di media) alle equazioni di continuità e alle equazioni di Navier-Stokes si ottengono le relazioni

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \right] - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (18)$$

$$\frac{\partial (\bar{u}_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (19)$$

Dove \bar{u}_i e \bar{p} rappresentano le componenti “filtrate” del campo di velocità e del campo di pressione. Di solito si definisce poi il termine detto “*subgrid scale Reynolds stress*”

$$\tau_{ij}^s = -\rho (\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j)$$

trattato come un termine diffusivo anche se deriva da termini di tipo avvevivo. Questo termine tiene conto del contributo alla turbolenza dei vortici più piccoli non risolti (*subgrid scale*) e viene approssimato con un modello apposito (*eddy viscosity model*) definito dalla seguente relazione:

$$\tau_{ij}^s - \frac{1}{3} \tau_{kk}^s \delta_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) = 2\mu_t \bar{S}_{ij} \quad (20)$$

dove μ_t è la viscosità turbolenta, esprimibile dalla relazione

$$\mu_t = \rho (C_s \Delta)^2 (\bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij})^{\frac{1}{2}}$$

i

in cui Δ è un termine che tiene conto dell'ampiezza del filtraggio e C_s è una costante che vale 0.18 per turbolenza isotropa e omogenea.

c) RANS

Questo è l'approccio più ingegneristico per simulare la turbolenza; si basa sulla media temporale delle equazioni di conservazione e sul successivo ricorso alla "modellazione" dei termini turbolenti; il metodo riduce i costi computazionali a spese di una certa mancanza di accuratezza nei risultati ottenuti. La media temporale delle equazioni ("media di Reynolds") effettuata mediante una operazione del tipo:

$$\bar{\phi}_T(x_i) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \phi(x_i, t') dt'$$

conduce alla ben nota equazione "Reynolds Averaged Navier-Stokes",

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) \right] - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \rho g_i \quad (21)$$

formalmente identica alla (18). Il termine di avvezione può scomporsi così:

$$\overline{u_i u_j} = \bar{u}_i \bar{u}_j + \overline{u_i' u_j'}$$

Il termine comprendente le variabili fluttuanti del campo di velocità, non potendo esprimersi come funzione dei valori medi, richiede un apposito modello per rendere risolvibile il problema. Il termine sopra menzionato costituisce il cosiddetto tensore degli sforzi di Reynolds definito come:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u_i' u_j'}$$

Si tratta di un tensore simmetrico che introduce nei calcoli sei ulteriori incognite; il numero totale di incognite del problema sale a 10 mentre le equazioni disponibili sono solamente 3 (equazione di continuità più le 3 equazioni di conservazione della quantità di moto). L'approccio seguito dal metodo RANS è quindi quello di introdurre l' "ipotesi di Boussinesq", ovvero l'equazione costitutiva:

$$\tau_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k \quad (22)$$

che lega il tensore di Reynolds ai valori medi del campo di velocità, alla energia cinetica turbolenta k e alla viscosità turbolenta μ_t . La viscosità turbolenta viene a sua volta calcolata con il “modello k - ε ”, ovvero risolvendo le equazioni del trasporto di k e di ε , che considerando un flusso isoterma assumono la forma:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (23)$$

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} + \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \right] \quad (24)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \right] \quad (25)$$

dove i coefficienti valgono:

$$C_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3.$$

La debolezza del modello k - ε deriva dal fatto che la viscosità μ_t è una grandezza tensoriale e non scalare, visto che i fenomeni turbolenti sono generalmente anisotropi. Per questo motivo è necessario prendere con cautela i risultati prodotti specialmente in prossimità di superfici curve o di zone in cui gli effetti di anisotropia possono essere più rilevanti. Il modello viene utilizzato per descrivere la turbolenza lontano dalle pareti, mentre in prossimità delle stesse vengono utilizzate apposite “leggi di parete” (*wall laws*) che tengano in considerazione l’esistenza di un sottostrato viscoso. Trio_U può applicare come legge di parete il “profilo universale di temperatura”, definito dalle seguenti relazioni:

$$w_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad w_z^+(y^+) = \frac{w_z(y)}{w_\tau} \quad y^+ = \frac{w_\tau y}{\nu}$$

$$w_z^+(y^+) = y^+ \quad y^+ \leq 5$$

$$w_z^+(y^+) = -3.05 + 5.00 \ln y^+ \quad 5 < y^+ \leq 30$$

$$w_z^+(y^+) = 5.5 + 2.5 \ln y^+ \quad y^+ > 30$$

Il profilo logaritmico è applicato solo alle celle adiacenti alla parete; per queste celle è raccomandato che il valore di y^+ sia vicino a 40 affinché non sia necessario incrementare il numero di celle in direzione radiale per migliorare i risultati ottenuti.

1.5 CENNI SUL CODICE DI CALCOLO STRUTTURALE ANSYS 5.7

Il codice ANSYS, sviluppato dalla SWANSON ANALYSIS SYSTEM Inc. (Houston, USA), è un codice tridimensionale che utilizza la tecnica degli elementi finiti per discretizzare un dominio solido di forma qualsiasi. Il metodo degli elementi finiti (FEM = Finite Element Method) consente di determinare la soluzione numerica approssimata di un sistema di equazioni differenziali mediante la risoluzione di un sistema di equazioni algebriche, solitamente lineari, equivalenti.

Il metodo rappresenta un potente strumento di analisi strutturale che consente lo studio di strutture comunque vincolate e caricate. Nel caso di un mezzo elastico, che occupa un determinato dominio, le incognite sono rappresentate dalle componenti di spostamento del generico punto del continuo, che devono soddisfare le equazioni differenziali all'interno del dominio (equazioni di equilibrio indefinite, equazioni di congruenza, legame costitutivo) e sul contorno (condizioni al contorno sugli spostamenti o sulle tensioni). Il dominio è suddiviso in un numero finito di sottodomini detti elementi finiti (figura 1.12). Gli spostamenti incogniti sono calcolati in alcuni punti degli elementi (nodi) e approssimati in tutti gli altri mediante prefissate funzioni (di interpolazione o di forma)

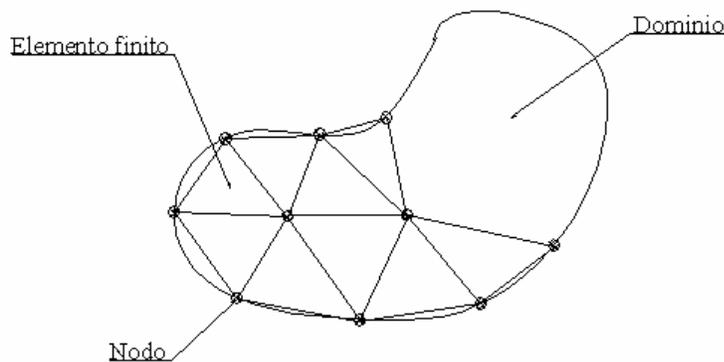


Fig.1.12 discretizzazione di un mezzo elastico in elementi finiti

ANSYS è organizzato in due livelli di base: il *begin level* ed il *processor* (o *routine*) *level*.

Il primo gestisce gli input e gli output del codice, in particolare l'importazione e l'esportazione di files. Il secondo è costituito dai seguenti ambienti di lavoro:

- PREP7: si tratta della parte del codice riservata al *pre-processing*, ovvero alla costruzione del modello (si definisce la geometria, i materiali e le loro proprietà, i carichi agenti sulla struttura ecc.);
- SOLUTION: è la parte del codice riservata alla soluzione del problema strutturale.
- POST1: è la parte del codice riservata al *post-processing*, ovvero all'elaborazione e all'analisi dei risultati ottenuti.
- POST26: parte del codice riservata al *time-history post-processing*, ovvero all'analisi dei risultati in specifici punti del modello ed in determinati istanti temporali.
- OPT: design *optimization*, parte del codice riservato alle varie opzioni disponibili.

Il codice ANSYS lavora con un database molto grande, che raccoglie tutti i dati di input e tutti i risultati ottenuti. Il programma permette di effettuare vari tipi di analisi, dalle più semplici (di tipo statico in campo elastico-lineare) alle più complesse (transitori dinamici non lineari).

Le procedure da seguire per effettuare una tipica analisi strutturale con il codice sono le seguenti:

- costruzione del modello solido
- applicazione dei carichi, esecuzione del calcolo e ottenimento della soluzione
- analisi dei risultati.

La costruzione del modello è senza dubbio la parte di analisi che richiede maggior tempo. In questa fase, occorre specificare oltre al nome ed al titolo del lavoro anche i tipi di elementi (*element type*) che verranno utilizzati nella mesh, le costanti reali (*element real constants*) di ogni elemento, le proprietà dei materiali impiegati (*material properties*) e infine la geometria del modello (*model geometry*). La libreria presente nel codice contiene oltre 80 tipi di elementi, le cui principali categorie sono le seguenti: BEAM, COMBINation, CONTACT, FLUID, HYPERelastic, INFINite, LINK, MASS, MATRIX, PIPE, PLANE, SHELL, SOLID, SOURCE, SURFace, USER, VISCOelastic.

Le costanti reali sono proprietà specifiche di un dato tipo di elemento (per esempio il valore del raggio interno ed esterno per gli elementi PIPE, un'area, la lunghezza di un arco, etc.)

Le proprietà del materiale, richieste da molti tipi di elementi, possono essere definite costanti o lineari (anche dipendenti dalla temperatura secondo un polinomio di quarto grado o secondo una tabella di valori), non lineari o anisotrope. La creazione del modello può essere effettuata seguendo due strade: la modellazione solida (Solid modelling) e la modellazione diretta (Direct generation). Nel primo tipo di modellazione viene creata prima la geometria del modello e successivamente il programma effettua la mesh in automatico creando nodi ed elementi (è possibile controllare la forma e la grandezza dei singoli elementi). Nel secondo tipo di modellazione viene definita manualmente la posizione di ciascun nodo che costituiranno gli elementi.

I carichi che possono essere applicati alla struttura sono di vario tipo: forces, definiscono le forze concentrate; surface loads: definiscono i carichi superficiali; body loads: definiscono i carichi di massa; inertia loads: definiscono il carico inerziale. L'analisi dei risultati avviene nel *post-processing* del codice e permette di ottenere i files che contengono i valori numerici delle tensioni e delle deformazioni, oppure di visualizzare la distribuzione di sollecitazione in immagini tridimensionali e a colori del modello.