

Capitolo 5

Stima delle coordinate del robot e delle feature in terna fissa con filtro di Kalman

Nel capitolo [3](#) abbiamo visto come sia possibile, mediante il filtro di Kalman esteso, stimare le coordinate delle feature in terna solidale al veicolo e, conseguentemente, localizzare il veicolo rispetto ad una terna fissa di riferimento. In particolare, dalla stima delle coordinate delle feature in terna solidale al robot e dalle condizioni iniziali prelevate dall'immagine iniziale è possibile ricavare le coordinate del robot e delle feature rispetto ad una terna fissa iniziale.

In questo capitolo affrontiamo da un altro punto di vista il problema della localizzazione del robot. Il nostro intento è quello di stimare direttamente le coordinate del robot e le coordinate delle feature rispetto ad una terna fissa iniziale senza passare per la stima dei punti nella terna solidale al robot. Per poter far questo vedremo che sono comunque necessarie le condizioni iniziali.

5. Stima delle coordinate del robot e delle feature in terna fissa con filtro di Kalman

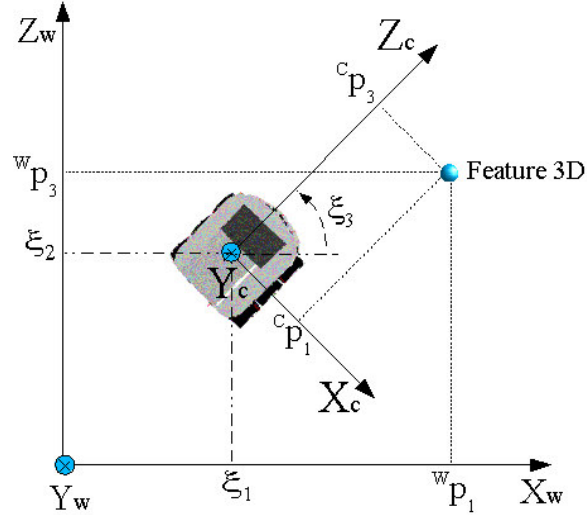


Figura 5.1: Coordinate della feature e del robot in terna del mondo $\langle W \rangle$ e della feature in terna solidale all'uniciclo $\langle C \rangle$.

5.1 Sistema robot-feature in terna fissa

Facciamo riferimento alla fig.5.1. Il sistema che prendiamo in considerazione (per n feature) è:

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \\ \dot{\xi}_3 \\ \dot{w}p_1^1 \\ \dot{w}p_2^1 \\ \dot{w}p_3^1 \\ \vdots \\ \dot{w}p_1^n \\ \dot{w}p_2^n \\ \dot{w}p_3^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi_3 \\ \sin \xi_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_2 + \omega(t) \quad (5.1)$$

Gli ingressi del sistema sono la velocità lineare u_1 e la velocità angolare u_2 impresse al robot. Le misure a nostra disposizione sono le letture delle coordinate delle feature sul piano immagine. In questo caso però le dobbiamo legare alle coordinate in terna fissa. La relazione che lega le coordinate in

5.1 Sistema robot-feature in terna fissa

terna fissa a quelle in terna solidale al robot è (vedi par.2.1):

$$\begin{bmatrix} C p_1^i \\ C p_2^i \\ C p_3^i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \xi_3 & 0 & -\cos \xi_3 & \xi_2 \cos \xi_3 - \xi_1 \sin \xi_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cos \xi_3 & 0 & \sin \xi_3 & -\xi_1 \cos \xi_3 - \xi_2 \sin \xi_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W p_1^i \\ W p_2^i \\ W p_3^i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

cioè:

$$\begin{aligned} C p_1^i &= W p_1^i \sin \xi_3 - W p_3^i \cos \xi_3 - \xi_1 \sin \xi_3 + \xi_2 \cos \xi_3 \\ C p_2^i &= W p_2^i \\ C p_3^i &= W p_1^i \cos \xi_3 + W p_3^i \sin \xi_3 - \xi_1 \cos \xi_3 - \xi_2 \sin \xi_3 \end{aligned} \quad \text{con } i = 1, \dots, n \quad (5.3)$$

Possiamo quindi riscrivere la relazione prospettica (2.1) utilizzando le (5.3) come:

$$\begin{cases} z_1^i = h_{2i-1}(x) = \alpha_x \frac{C p_1^i}{C p_3^i} = \alpha_x \frac{W p_1^i \sin \xi_3 - W p_3^i \cos \xi_3 - \xi_1 \sin \xi_3 + \xi_2 \cos \xi_3}{W p_1^i \cos \xi_3 + W p_3^i \sin \xi_3 - \xi_1 \cos \xi_3 - \xi_2 \sin \xi_3} + v_1(t) \\ z_2^i = h_{2i}(x) = \alpha_y \frac{C p_2^i}{C p_3^i} = \alpha_y \frac{W p_2^i}{W p_1^i \cos \xi_3 + W p_3^i \sin \xi_3 - \xi_1 \cos \xi_3 - \xi_2 \sin \xi_3} + v_2(t) \end{cases} \quad (5.4)$$

con $i = 1, \dots, n$. $\omega \in N(0, Q)$ e $v \in N(0, R)$ sono processi aleatori gaussiani a media nulla aventi matrici di covarianza rispettivamente Q e R .

Il problema da analizzare è simile a quello presentato nel par.2.3. Ciò che cambia è l'incertezza sulle feature (che in questo caso non conosciamo esattamente e vogliamo stimare). Questo si ripercuote sulla forma del jacobiano W (vedi par.5.2) e della matrice di covarianza Q .

Abbiamo verificato che il sistema eq.(5.1)+eq.(5.4) non è osservabile (non riportiamo questo studio). Questo risultato dipende dal fatto che nel sistema scritto non compaiono le informazioni relative alle condizioni iniziali, che invece sono indispensabili (rif. [1],[3]).

Ciononostante un importante risultato è stato ottenuto applicando il filtro di Kalman esteso al sistema in questione:

Oss. 5.1 *al termine della procedura di filtraggio, se il filtro converge, allora le altezze convergono al valore esatto e gli altri parametri (ξ_1, ξ_2, ξ_3 e le altre coordinate delle features in terna fissa) convergono al valore esatto (espresso in terna iniziale) a meno di una opportuna rototraslazione rispetto alla terna iniziale $(0, 0, 0)$. Questo dipende dal fatto che, senza condizioni iniziali, siamo in grado di stimare solo le coordinate relative delle feature rispetto al veicolo (come dimostrato nel capitolo 3).*

5. Stima delle coordinate del robot e delle feature in terna fissa con filtro di Kalman

5.2 Implementazione del filtro

Specializzando lo studio per 4 feature il sistema discretizzato è il seguente:

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1[k+1] = S_1[k] + u_1[k] \cos(S_3[k]) \\ S_2[k+1] = S_2[k] + u_1[k] \sin(S_3[k]) \\ S_3[k+1] = S_3[k] + u_2[k] \\ S_4[k+1] = S_4[k] \\ S_5[k+1] = S_5[k] \\ S_6[k+1] = S_6[k] \\ S_7[k+1] = S_7[k] \\ S_8[k+1] = S_8[k] \\ S_9[k+1] = S_9[k] \\ S_{10}[k+1] = S_{10}[k] \\ S_{11}[k+1] = S_{11}[k] \\ S_{12}[k+1] = S_{12}[k] \\ S_{13}[k+1] = S_{13}[k] \\ S_{14}[k+1] = S_{14}[k] \\ S_{15}[k+1] = S_{15}[k] \end{array} \right. \quad (5.5)$$

dove $u_1[k]$ e $u_2[k]$ sono gli ingressi e rappresentano rispettivamente lo spostamento lineare e angolare del robot nell'intervallo di campionamento. Per quanto riguarda le misure, indicando con:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= {}^W p_1^1 \sin \xi_3 - {}^W p_3^1 \cos \xi_3 - \xi_1 \sin \xi_3 + \xi_2 \cos \xi_3 \\ \beta_2 &= {}^W p_1^1 \cos \xi_3 + {}^W p_3^1 \sin \xi_3 - \xi_1 \cos \xi_3 - \xi_2 \sin \xi_3 \\ \beta_3 &= {}^W p_1^2 \sin \xi_3 - {}^W p_3^2 \cos \xi_3 - \xi_1 \sin \xi_3 + \xi_2 \cos \xi_3 \\ \beta_4 &= {}^W p_1^2 \cos \xi_3 + {}^W p_3^2 \sin \xi_3 - \xi_1 \cos \xi_3 - \xi_2 \sin \xi_3 \\ \beta_5 &= {}^W p_1^3 \sin \xi_3 - {}^W p_3^3 \cos \xi_3 - \xi_1 \sin \xi_3 + \xi_2 \cos \xi_3 \\ \beta_6 &= {}^W p_1^3 \cos \xi_3 + {}^W p_3^3 \sin \xi_3 - \xi_1 \cos \xi_3 - \xi_2 \sin \xi_3 \\ \beta_7 &= {}^W p_1^4 \sin \xi_3 - {}^W p_3^4 \cos \xi_3 - \xi_1 \sin \xi_3 + \xi_2 \cos \xi_3 \\ \beta_8 &= {}^W p_1^4 \cos \xi_3 + {}^W p_3^4 \sin \xi_3 - \xi_1 \cos \xi_3 - \xi_2 \sin \xi_3 \end{aligned}$$

5.2 Implementazione del filtro

si ha:

$$\left\{ \begin{array}{l} z_1^1[k] = \alpha_x \frac{\beta_1}{\beta_2} \\ z_2^1[k] = \alpha_y \frac{w p_2^1[k]}{\beta_2} \\ z_1^2[k] = \alpha_x \frac{\beta_3}{\beta_4} \\ z_2^2[k] = \alpha_y \frac{w p_2^2[k]}{\beta_4} \\ z_1^3[k] = \alpha_x \frac{\beta_5}{\beta_6} \\ z_2^3[k] = \alpha_y \frac{w p_2^3[k]}{\beta_6} \\ z_1^4[k] = \alpha_x \frac{\beta_5}{\beta_6} \\ z_2^4[k] = \alpha_y \frac{w p_2^4[k]}{\beta_6} \end{array} \right. \quad (5.6)$$

Osserviamo che β_1 e β_2 sono rispettivamente la coordinata ${}^C p_1^1$ e la coordinata ${}^C p_3^1$ espresse in terna fissa, e così via.

Gli Jacobiani da utilizzare nel filtro sono:

$$A = \frac{\partial f}{\partial S} = \left(\begin{array}{ccc|cccc} 1 & 0 & -\sin(x_3[k])u_1[k] & & & & \\ 0 & 1 & \cos(x_3[k])u_1[k] & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ 0 & 0 & 1 & & & & \\ \hline \mathbf{0} & & & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & & & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & & & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & & & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{array} \right)$$

$$W = \frac{\partial f}{\partial \omega} = \left(\begin{array}{cccccc} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{array} \right)$$

$$H = \frac{\partial h}{\partial S} = \left(\begin{array}{ccc|c} \alpha_x \frac{\beta_1 \cos \xi_3 - \beta_2 \sin \xi_3}{\beta_2^2} & \alpha_x \frac{\beta_1 \sin \xi_3 + \beta_2 \cos \xi_3}{\beta_2^2} & \alpha_x \frac{\beta_1^2 + \beta_2^2}{\beta_2^2} & -H(1, 1) \\ \alpha_y \frac{w p_2^1 \cos \xi_3}{\beta_2^2} & \alpha_y \frac{w p_2^1 \sin \xi_3}{\beta_2^2} & \alpha_y \frac{w p_2^1 \beta_1}{\beta_2^2} & -H(2, 1) \\ \alpha_x \frac{\beta_3 \cos \xi_3 - \beta_4 \sin \xi_3}{\beta_4^2} & \alpha_x \frac{\beta_3 \sin \xi_3 + \beta_4 \cos \xi_3}{\beta_4^2} & \alpha_x \frac{\beta_3^2 + \beta_4^2}{\beta_4^2} & \mathbf{0} \\ \alpha_y \frac{w p_2^2 \cos \xi_3}{\beta_4^2} & \alpha_y \frac{w p_2^2 \sin \xi_3}{\beta_4^2} & \alpha_y \frac{w p_2^2 \beta_3}{\beta_4^2} & \mathbf{0} \\ \alpha_x \frac{\beta_5 \cos \xi_3 - \beta_6 \sin \xi_3}{\beta_6^2} & \alpha_x \frac{\beta_5 \sin \xi_3 + \beta_6 \cos \xi_3}{\beta_6^2} & \alpha_x \frac{\beta_5^2 + \beta_6^2}{\beta_6^2} & \mathbf{0} \\ \alpha_y \frac{w p_2^3 \cos \xi_3}{\beta_6^2} & \alpha_y \frac{w p_2^3 \sin \xi_3}{\beta_6^2} & \alpha_y \frac{w p_2^3 \beta_5}{\beta_6^2} & \mathbf{0} \\ \alpha_x \frac{\beta_7 \cos \xi_3 - \beta_8 \sin \xi_3}{\beta_8^2} & \alpha_x \frac{\beta_7 \sin \xi_3 + \beta_8 \cos \xi_3}{\beta_8^2} & \alpha_x \frac{\beta_7^2 + \beta_8^2}{\beta_8^2} & \mathbf{0} \\ \alpha_y \frac{w p_2^4 \cos \xi_3}{\beta_8^2} & \alpha_y \frac{w p_2^4 \sin \xi_3}{\beta_8^2} & \alpha_y \frac{w p_2^4 \beta_5}{\beta_8^2} & \mathbf{0} \end{array} \right)$$

5. Stima delle coordinate del robot e delle feature in terna fissa con filtro di Kalman

$$\begin{pmatrix}
 0 & -H(1,2) & \mathbf{o} & \mathbf{o} & \mathbf{o} \\
 \frac{\alpha_y}{\beta_2} & -H(2,2) & \mathbf{o} & \mathbf{o} & \mathbf{o} \\
 -H(3,1) & 0 & -H(3,2) & \mathbf{o} & \mathbf{o} \\
 -H(4,1) & \frac{\alpha_y}{\beta_4} & -H(4,2) & \mathbf{o} & \mathbf{o} \\
 \mathbf{o} & -H(5,1) & 0 & -H(5,2) & \mathbf{o} \\
 \mathbf{o} & -H(6,1) & \frac{\alpha_y}{\beta_6} & -H(6,2) & \mathbf{o} \\
 \mathbf{o} & \mathbf{o} & -H(7,1) & 0 & -H(7,2) \\
 \mathbf{o} & \mathbf{o} & -H(8,1) & \frac{\alpha_y}{\beta_8} & -H(8,2)
 \end{pmatrix}$$

$$V = \frac{\partial h}{\partial v} = \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
 \end{pmatrix}$$

dove \mathbf{I} è la matrice identica 3×3 , $\mathbf{0}$ è la matrice nulla 3×3 e \mathbf{o} è il vettore $[0 \ 0 \ 0]$.

5.3 Simulazioni

Nei prossimi paragrafi riportiamo le simulazioni più significative, mentre alla fine del capitolo (vedi par.5.4) descriviamo la procedura per individuare la trasformazione che permette di passare dai parametri stimati dal filtro (vedi oss.5.1) a quelli reali.

Analizziamo ora i risultati ottenuti in simulazione con l'applicazione del filtro di Kalman esteso alla stima delle coordinate delle features in terna fissa. I parametri sono i seguenti per tutte le simulazioni:

- Step size: 0.1 sec
- Solver: ode1 (Euler)

5.3.1 Simulazione 1

I dati relativi alla simulazione sono:

Tempo di simulazione : 0-400 sec;

Coordinate iniziali reali delle feature :

- ${}^W p_1 = [700 \ 40 \ 100]mm$

- ${}^W p_2 = [850 \quad -80 \quad 80]mm$
- ${}^W p_3 = [900 \quad 50 \quad 90]mm$

Coordinate iniziali stimate delle feature :

- ${}^W p_{1st} = [2625 \quad 150 \quad 375]mm$
- ${}^W p_{2st} = [1594 \quad -150 \quad 150]mm$
- ${}^W p_{3st} = [2700 \quad 150 \quad 270]mm$

Controlli al robot $(u_1, u_2) = [40mm/s, 0rad/s]$ fino a che una delle feature raggiunge il bordo dello schermo e $(u_1, u_2) = [-40mm/s, 0rad/s]$ fino alla posizione iniziale delle feature, alternativamente fino alla fine della simulazione.

Rumore sulle misure Per ogni coordinata del punto sull'immagine si è aggiunto un rumore gaussiano di media nulla e varianza $\sigma^2 = 0.1pixel$;

Rumore sull'odometria $\sigma_l^2 = 0.1mm$ per lo spostamento lineare e $\sigma_a^2 = 0rad$ per lo spostamento angolare;

Matrici di covarianza $Q = 10 * eye(9)$ e $R = 10 * eye(6)$.

Riportiamo di seguito i risultati ottenuti: i grafici fig.5.2, fig.5.3 e fig.5.4 rappresentano l'errore di stima per le coordinate delle feature in terna fissa.

Osservazioni sulla simulazione 1

Si vede che gli errori di stima non convergono allo zero, eccezion fatta per l'altezza della feature. Questo è vero anche per le altre features. Riportiamo invece di seguito i risultati che si ottengono applicando, a posteriori, la procedura descritta nel par.5.4:

- $(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = (185.3640mm, -10.3136mm, -0.0183rad)$
rispetto alla postura reale
 $(408mm, -1.1318e - 011mm, -2.1645e - 014rad)$;
- ${}^W p_1 = [719.7876, 41.1307, 102.8268]mm$;
- ${}^W p_2 = [869.2036, -81.8074, 81.8074]mm$;
- ${}^W p_3 = [1098.6, 61, 109.9]mm$;

5. Stima delle coordinate del robot e delle feature in terna fissa con filtro di Kalman

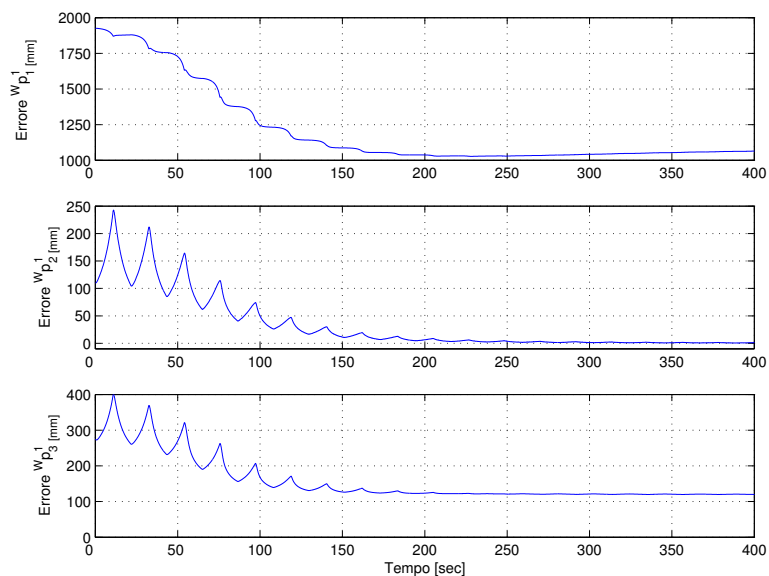


Figura 5.2: *Simulazione 1: errore di stima per le coordinate della feature 1.*

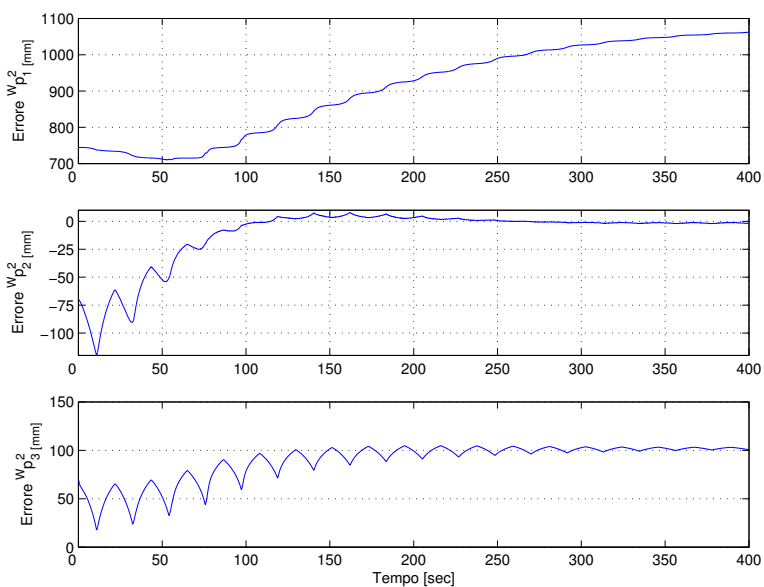


Figura 5.3: *Simulazione 1: errore di stima per le coordinate della feature 2.*

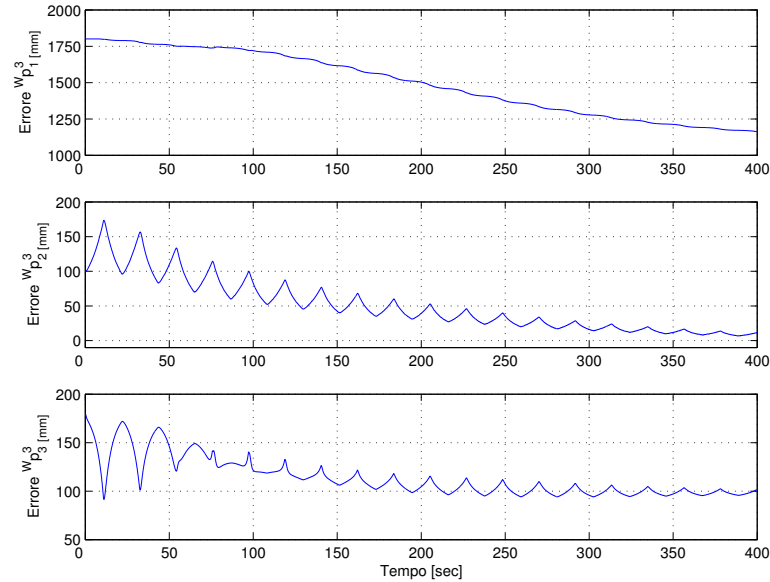


Figura 5.4: *Simulazione 1: errore di stima per le coordinate della feature 3.*

Dopo 400sec. di simulazione la stima sulle altezze è soddisfacente per le prime 2 feature. La stima dei parametri ξ_1 , ξ_2 e ξ_3 è errata perchè l'errore di stima sulla terza feature si ripercuote nella localizzazione del robot. Notiamo, inoltre, che le feature, le condizioni iniziali e le altre caratteristiche della simulazione sono le stesse della simulazione 1 del capitolo 3: non si ottengono miglioramenti con questo schema di filtraggio.

5.3.2 Simulazione 2

In questa prova raddoppiamo il tempo di simulazione. Dimostreremo la migliore convergenza delle stime delle coordinate delle feature e la conseguente migliore localizzazione del robot.

I dati relativi alla simulazione sono i seguenti:

Tempo di simulazione : 0-800 sec;

Coordinate iniziali reali delle feature :

- ${}^W p_1 = [700 \ 40 \ 100]mm$
- ${}^W p_2 = [850 \ -80 \ 80]mm$
- ${}^W p_3 = [900 \ 50 \ 90]mm$

5. Stima delle coordinate del robot e delle feature in terna fissa con filtro di Kalman

Coordinate iniziali stimate delle feature :

- ${}^W p_{1st} = [2625 \ 150 \ 375]mm$
- ${}^W p_{2st} = [1594 \ -150 \ 150]mm$
- ${}^W p_{3st} = [2700 \ 150 \ 270]mm$

Controlli al robot $(u_1, u_2) = [40mm/s, 0rad/s]$ fino a che una delle feature raggiunge il bordo dello schermo e $(u_1, u_2) = [-40mm/s, 0rad/s]$ fino alla posizione iniziale delle feature, alternativamente fino alla fine della simulazione.

Rumore sulle misure Per ogni coordinata del punto sull'immagine si è aggiunto un rumore gaussiano di media nulla e varianza $\sigma^2 = 0.1pixel$;

Rumore sull'odometria $\sigma_l^2 = 0.1mm$ per lo spostamento lineare e $\sigma_a^2 = 0rad$ per lo spostamento angolare;

Matrici di covarianza $Q = 10 * eye(9)$ e $R = 10 * eye(6)$.

Riportiamo di seguito i risultati ottenuti, considerando solo le altezze (vedi fig.5.5).

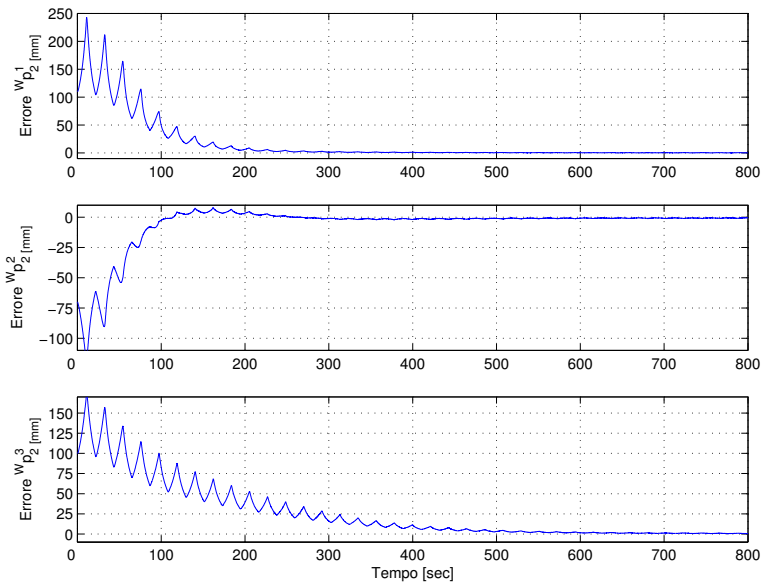


Figura 5.5: *Simulazione 2: errore di stima delle altezze per le 3 feature.*

Osservazioni sulla simulazione 2

Dai grafici è evidente che le stime sono più precise rispetto alla simulazione precedente, in particolare per la terza feature. Riportiamo di seguito i nuovi risultati che si ottengono applicando, a posteriori, la procedura descritta nel par.5.4:

- $(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = (33.53420mm, 0.5709mm, -4.6576e - 004rad)$
rispetto alla postura reale
 $(32mm, -1.8778e - 012mm, 3.8381e - 016rad)$;
- ${}^W p_1 = [703.6858, 40.2106, 100.5265]mm$;
- ${}^W p_2 = [854.2793, -80.4028, 80.4028]mm$;
- ${}^W p_3 = [909.8391, 50.5466, 90.9839]mm$;

Dopo 800sec. di simulazione la stima sulle altezze è soddisfacente per tutte le feature. La stima dei parametri ξ_1 , ξ_2 e ξ_3 del robot è buona.

5.3.3 Simulazione 3

I dati relativi alla simulazione sono i seguenti:

Tempo di simulazione : 0-400 sec;

Coordinate iniziali reali delle feature :

- ${}^W p_1 = [700 \ 40 \ 100]mm$
- ${}^W p_2 = [850 \ -80 \ 80]mm$
- ${}^W p_3 = [900 \ 50 \ 90]mm$

Coordinate iniziali stimate delle feature :

- ${}^W p_{1st} = [2625 \ 150 \ 375]mm$
- ${}^W p_{2st} = [1594 \ -150 \ 150]mm$
- ${}^W p_{3st} = [2700 \ 150 \ 270]mm$

Controlli al robot • $u_1 = 40mm/s$ per 12 sec e $u_1 = -40mm/s$ per 12 sec, alternativamente fino alla fine della simulazione;

- $u_2 = 0.02 * \sin(2\pi * 0.05 * t)rad/sec$;

Rumore sulle misure Per ogni coordinata del punto sull'immagine si è aggiunto un rumore gaussiano di media nulla e varianza $\sigma^2 = 0.1pixel$;

5. Stima delle coordinate del robot e delle feature in terna fissa con filtro di Kalman

Rumore sull'odometria $\sigma_l^2 = 0.1mm$ per lo spostamento lineare e $\sigma_a^2 = 0rad$ per lo spostamento angolare;

Matrici di covarianza $Q = 10 * eye(9)$ e $R = 10 * eye(6)$.

Riportiamo di seguito i risultati ottenuti, considerando solo le altezze (vedi fig.5.6).

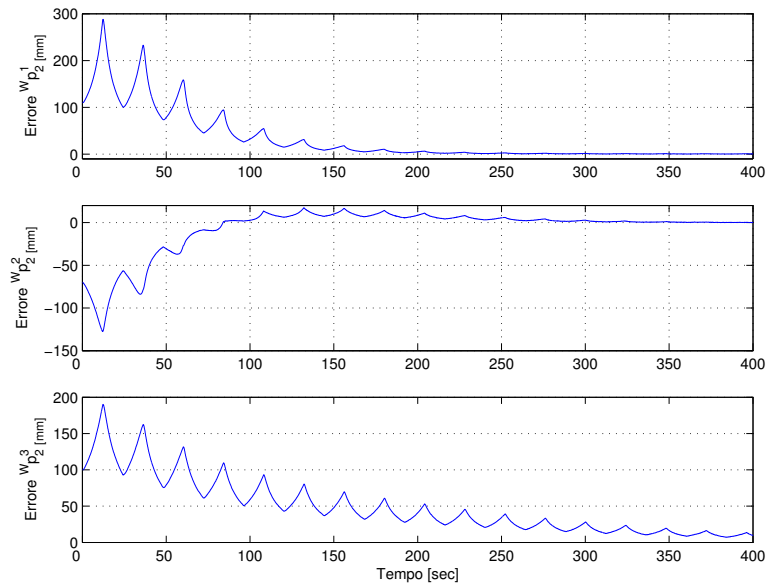


Figura 5.6: *Simulazione 3: errore di stima delle altezze per le 3 feature.*

Osservazioni sulla simulazione 3

Con un movimento oscillatorio del veicolo (componente lineare + componente angolare) non otteniamo miglioramenti rispetto alla precedente simulazione. Ciò si è verificato anche nella simulazione 2 del capitolo 3.

5.4 Determinazione dei parametri reali

Al termine della procedura di filtraggio i dati a nostra disposizione sono:

- Postura iniziale del robot $(0, 0, 0)$ rispetto alla terna fissa $\langle W \rangle$;
- Condizioni iniziali delle feature (x_i, y_i) per $i = 1 \dots 3$ sul piano immagine (immagine iniziale);

- Posizione finale delle feature sul piano immagine (immagine finale);
- Stima della postura del robot $(\xi_{1st}, \xi_{2st}, \xi_{3st})$ alla fine del filtraggio;
- Stima delle coordinate delle feature in terna fissa ${}^W P_i st$;

Dai valori delle altezze e delle condizioni iniziali sul CCD si ricavano le coordinate iniziali delle feature in terna $\langle C \rangle$ e quindi le coordinate in terna $\langle W \rangle$. La postura del robot si ottiene ai minimi quadrati tramite le (2.6) e (2.7). Vedi anche il par.2.5.3.

5.5 Conclusioni

Con questo schema di filtraggio non otteniamo miglioramenti rispetto a quanto presentato nei capitoli 3 e 4.

Inoltre questo schema presenta svantaggi dal punto di vista computazionale: per stimare 3 feature è necessario un vettore di stato di dimensione $3n + 3$ con matrici di dimensioni $(3n + 3) \times (3n + 3)$ per lo stato e $2n \times 2n$ per le misure e non è possibile semplificarlo come visto nel par.3.4 perchè i parametri ξ_1 , ξ_2 e ξ_3 sono legati alle coordinate delle feature ${}^W P_i$. Inoltre, anche in questo caso, per risalire alle vere coordinate in terna fissa di riferimento è necessario tenere conto delle condizioni iniziali (immagine iniziale) a filtraggio ultimato.

Per tutti questi motivi nelle prove sperimentali si è preferito l'utilizzo dei filtri presentati nel cap. 3 e nel cap. 4.

**5. Stima delle coordinate del robot e delle feature in terna fissa
con filtro di Kalman**
