

## Capitolo 4

# Stima delle coordinate delle feature in terna solidale al robot con metodo alternativo

In questo capitolo estenderemo l'analisi della stima delle coordinate delle feature in terna solidale al robot e proporremo uno schema di filtraggio alternativo a quello utilizzato nel capitolo 3 (filtro di Kalman esteso). Ci rifaremo alle considerazioni fatte nel par.3.6 per giustificare teoricamente il metodo che adotteremo.

### 4.1 Un'alternativa all'EKF

Riportiamo in fig.4.1 lo schema che descrive il comportamento del filtro di Kalman secondo le osservazioni fatte nel par.3.6. Con il filtro di Kalman esteso, quando il veicolo avanza, la stima dell'altezza ( ${}^C p_2^i$ ) della feature tende a peggiorare, mentre quando il veicolo indietreggia è la stima della profondità ( ${}^C p_3^i$ ) che tende a peggiorare. L'idea è:

- tenere ferma la stima di  ${}^C p_2^i$  quando il veicolo avanza e aggiornare le  ${}^C p_1^i$  e  ${}^C p_3^i$  secondo la relazione prospettica;
- tenere ferma la stima di  ${}^C p_3^i$  quando il veicolo indietreggia e aggiornare le  ${}^C p_1^i$  e  ${}^C p_2^i$  secondo la relazione prospettica.

Riportiamo di seguito l'algoritmo implementato:

#### 4. Stima delle coordinate delle feature in terna solidale al robot con metodo alternativo

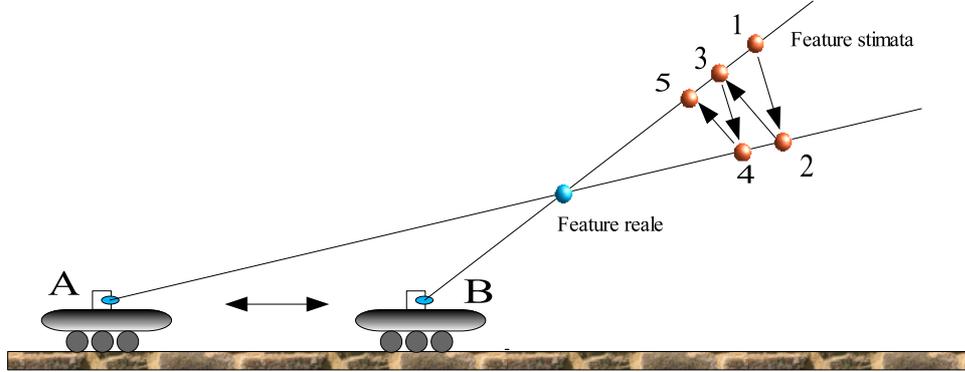


Figura 4.1: *Variazione delle coordinate della stima con filtro di Kalman esteso.*

*Predizione*

$$\hat{C}p_{1[k+1]}^1 = C p_{1[k]}^1 + C p_{3[k]}^1 u_{2[k]}$$

$$\hat{C}p_{2[k+1]}^1 = C p_{2[k]}^1$$

$$\hat{C}p_{3[k+1]}^1 = C p_{3[k]}^1 - u_{1[k]} - C p_{1[k]}^1 u_{2[k]}$$

*Correzione*

*if* ( $u_{1[k]} < 0$ )

$$C p_{1[k+1]}^1 = \frac{\alpha_y x_1 C \hat{p}_{2[k+1]}^1}{\alpha_x y_1}$$

$$C p_{2[k+1]}^1 = \frac{y_1 C \hat{p}_{3[k+1]}^1}{\alpha_y}$$

*else*

$$C p_{1[k+1]}^1 = \frac{\alpha_y x_1 C \hat{p}_{2[k+1]}^1}{\alpha_x y_1}$$

$$C p_{3[k+1]}^1 = \frac{\alpha_y C \hat{p}_{2[k+1]}^1}{y_1}$$

Notiamo su che l'odometria continua ad avere un ruolo importante nella predizione. Nel paragrafo 4.2 diamo una giustificazione teorica alla scelta di questo algoritmo.

## 4.2 Descrizione del comportamento del filtro

Per semplicità continuiamo la trattazione considerando solo le coordinate del piano  $[Zc, Yc]$ . Come detto nel par.3.6, ad ogni istante il filtro di Kal-

## 4.2 Descrizione del comportamento del filtro

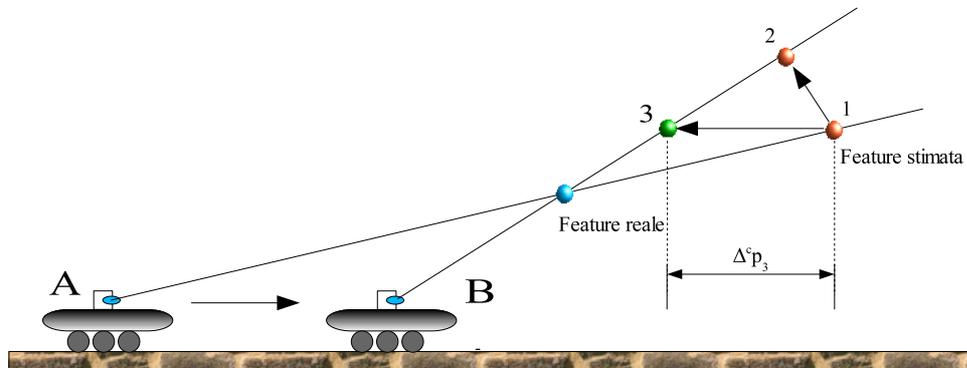


Figura 4.2: *Variazione delle coordinate della stima mentre il veicolo avanza con filtro alternativo.*

man esteso tende a dare una soluzione che soddisfa la relazione prospettica. Nel filtro presentato si fa lo stesso, solo che obblighiamo delle coordinate a rimanere costanti. Vediamo nel dettaglio che succede.

### Velocità di avanzamento positiva

Facciamo riferimento alla fig.4.2 e partiamo dalla stima **1**. Se il veicolo avanza l'EKF tenderebbe a dare come nuova stima il punto **2**. Se in un certo senso obblighiamo il filtro a tenere costante la coordinata  $Cp_2^i$  la nuova stima sarà, invece, il punto **3**, perchè è il più vicino, con la stessa coordinata  $Cp_2^i$ , che soddisfa la relazione prospettica. Il punto **3** è più vicino alla feature reale del punto **2**: abbiamo migliorato sensibilmente il comportamento dell'EKF.

### Velocità di avanzamento negativa

Facciamo ora riferimento alla fig. 4.3 e partiamo dalla stima **1**. Se il veicolo indietreggia la stima dell'EKF diventa il punto **2**. La coordinata  $Cp_2^i$  migliora, ma tende a peggiorare la stima di  $Cp_3^i$ . Allora obbligando il filtro a tenere costante la coordinata  $Cp_3^i$  si ottiene il punto **3** che è più vicino del punto **2**: anche in questo caso migliora la stima, ma meno rispetto al caso precedente.

### Movimento avanti-indietro

In fig.4.4 riportiamo l'andamento della stima secondo il filtro alternativo. Gli stessi discorsi sono validi anche nel caso in cui la feature stimata sia più vicina alla telecamera del punto reale (vedi fig.3.16).

#### 4. Stima delle coordinate delle feature in terna solidale al robot con metodo alternativo

---

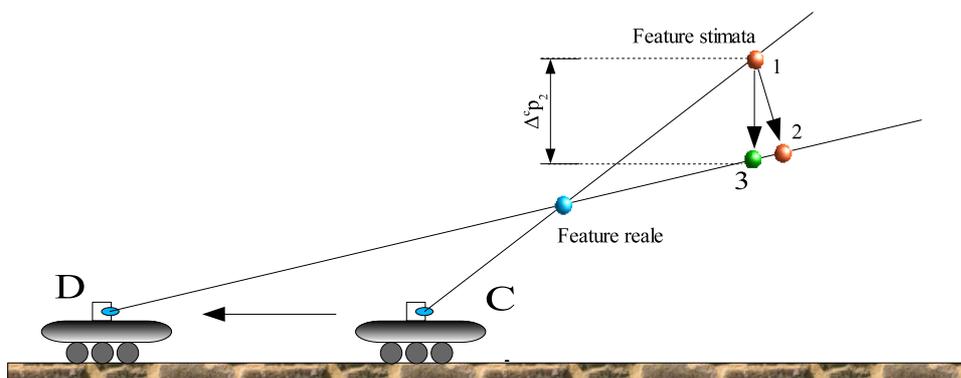


Figura 4.3: *Variazione delle coordinate della stima mentre il veicolo indietreggia con filtro alternativo.*

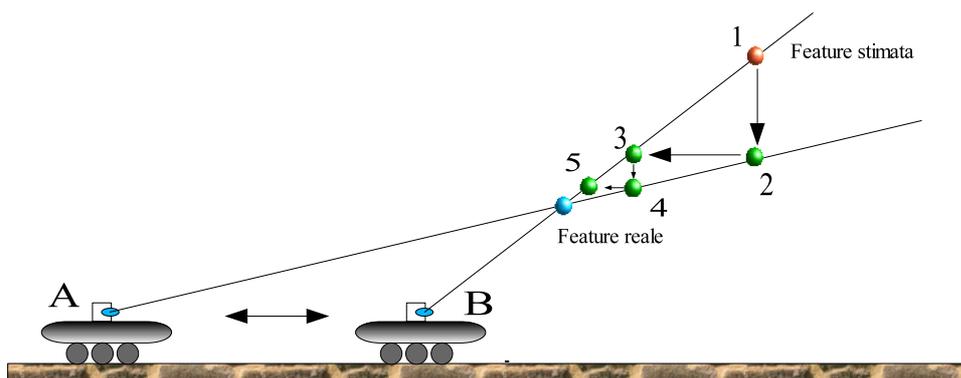


Figura 4.4: *Variazione delle coordinate della stima con filtro alternativo.*

## 4.3 Simulazioni

Nelle simulazioni mettiamo a confronto il filtro alternativo con il filtro di Kalman esteso. Prendiamo in considerazione una sola feature (vedi oss.3.4) e utilizziamo filtri specializzati per una feature. I parametri sono i seguenti per tutte le simulazioni:

- Tempo di simulazione: 0-200 sec
- Step size: 0.1 sec
- Solver: ode1 (Euler)

### 4.3.1 Simulazione 1

I dati relativi alla simulazione sono i seguenti:

**Coordinate iniziali reali della feature :**

- ${}^C P_1 = [-100 \quad -40 \quad 700mm]$

**Coordinate iniziali stimate della feature :**

- ${}^C P_{1st} = [-2375 \quad -950 \quad 16625]mm$

**Controlli al robot**  $(u_1, u_2) = [40mm/s, 0rad/s]$  fino a che la feature raggiunge il bordo dello schermo e  $(u_1, u_2) = [-40mm/s, 0rad/s]$  fino alla posizione iniziale della feature, alternativamente fino alla fine della simulazione.

**Rumore sulle misure** Per ogni coordinata del punto sull'immagine si è aggiunto un rumore gaussiano di media nulla e varianza  $\sigma^2 = 0.1pixel$ ;

**Rumore sull'odometria**  $\sigma_l^2 = 1mm$  per lo spostamento lineare e  $\sigma_a^2 = 0.0001rad$  per lo spostamento angolare;

**Matrici di covarianza per il filtro di Kalman**  $Q = 10 * eye(3)$  e  $R = 10 * eye(2)$ .

### Osservazioni sulla simulazione 1

- Il filtro di Kalman esteso converge (vedi fig.4.5);
- il filtro alternativo converge in minor tempo (vedi fig.4.6 e fig.4.7);

#### 4. Stima delle coordinate delle feature in terna solidale al robot con metodo alternativo

---

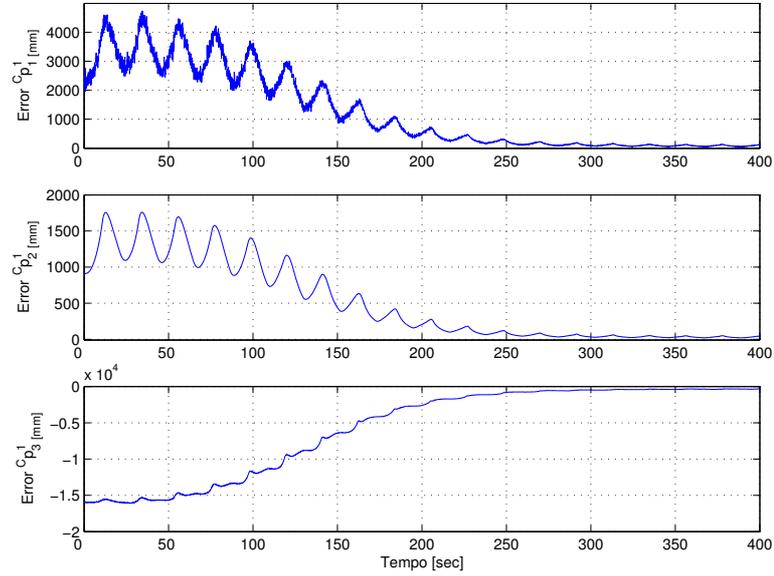


Figura 4.5: *Simulazione 1: errore di stima per le coordinate della feature con il filtro di Kalman.*

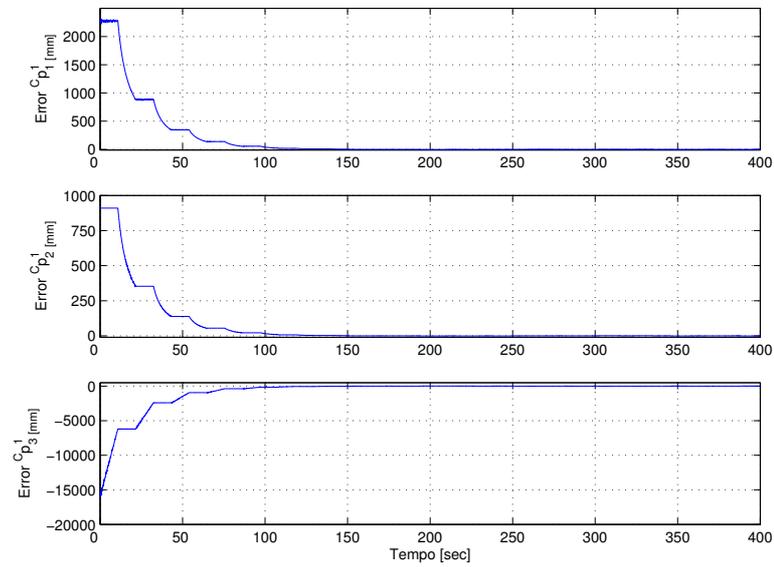


Figura 4.6: *Simulazione 1: errore di stima per le coordinate della feature con il filtro alternativo.*

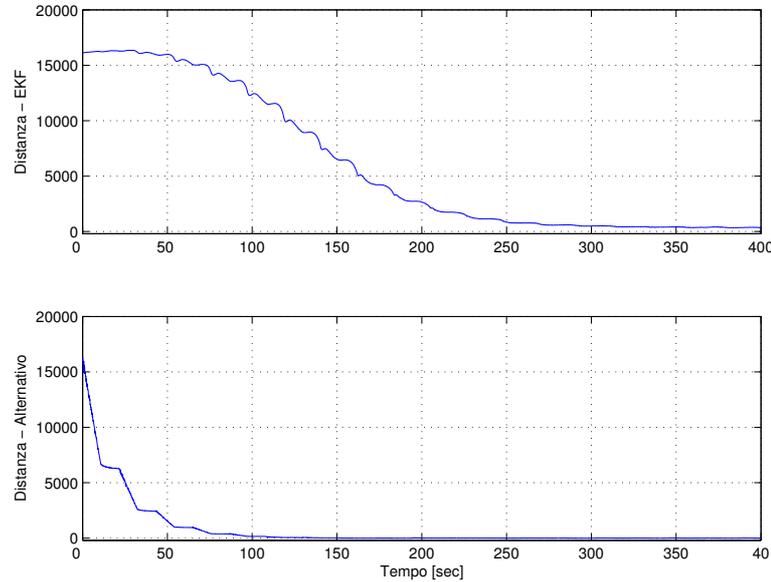


Figura 4.7: *Simulazione 1: distanza tra la feature stimata e la feature reale per i due filtri.*

### 4.3.2 Simulazione 2

I dati relativi alla simulazione sono i seguenti:

**Coordinate iniziali reali della feature :**

- ${}^C P_1 = [-100 \quad -40 \quad 700]mm$

**Coordinate iniziali stimate della feature :**

- ${}^C P_{1st} = [-2375 \quad -950 \quad 16625]mm$

**Controlli al robot**  $(u_1, u_2) = [40mm/s, 0rad/s]$  fino a che la feature raggiunge il bordo dello schermo e  $(u_1, u_2) = [-40mm/s, 0rad/s]$  fino alla posizione iniziale della feature, alternativamente fino alla fine della simulazione.

**Rumore sulle misure** Per ogni coordinata del punto sull'immagine si è aggiunto un rumore gaussiano di media nulla e varianza  $\sigma^2 = 1pixel$ ;

**Rumore sull'odometria**  $\sigma_l^2 = 1mm$  per lo spostamento lineare e  $\sigma_a^2 = 0.01rad$  per lo spostamento angolare;

#### 4. Stima delle coordinate delle feature in terna solidale al robot con metodo alternativo

---

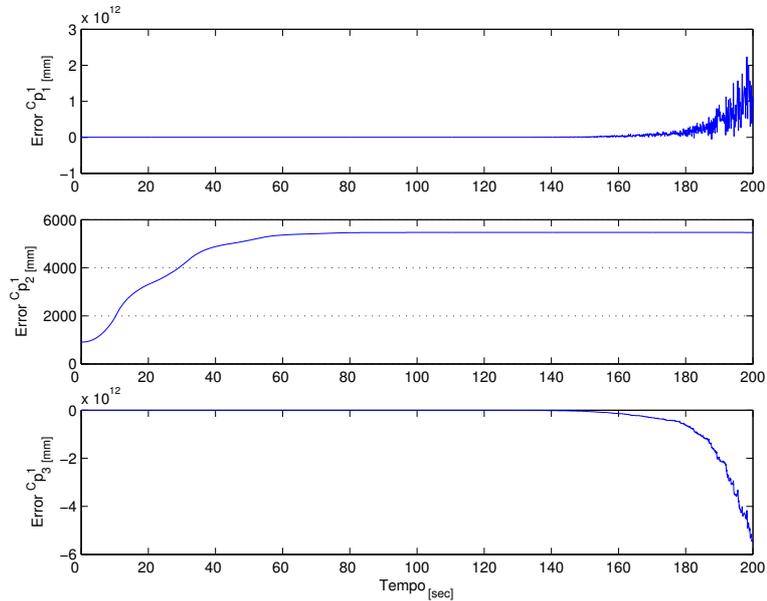


Figura 4.8: *Simulazione 2: errore di stima per le coordinate della feature con il filtro di Kalman.*

**Matrici di covarianza per il filtro di Kalman**  $Q = 10 * eye(9)$  e  $R = 10 * eye(6)$ .

#### Osservazioni sulla simulazione 2

- Il filtro di Kalman esteso diverge (vedi fig.4.8). Il rumore introdotto è troppo forte. Abbiamo inoltre verificato in simulazione che una differente scelta delle matrici  $Q$  e  $R$  non avrebbe modificato la situazione;
- il filtro alternativo continua a convergere con ottime prestazioni (vedi fig.4.9 e fig.4.10)

### 4.4 Considerazioni sul filtro alternativo

Dalle simulazioni si evince che lo schema di filtraggio proposto in questo capitolo, sviluppato ad hoc per il problema della stima delle coordinate in terna solidale, è più robusto e più efficiente del filtro di Kalman esteso applicato al medesimo problema. Nel filtro empirico proposto si perdono, tuttavia, le informazioni statistiche caratteristiche del filtro di Kalman esteso.

#### 4.4 Considerazioni sul filtro alternativo

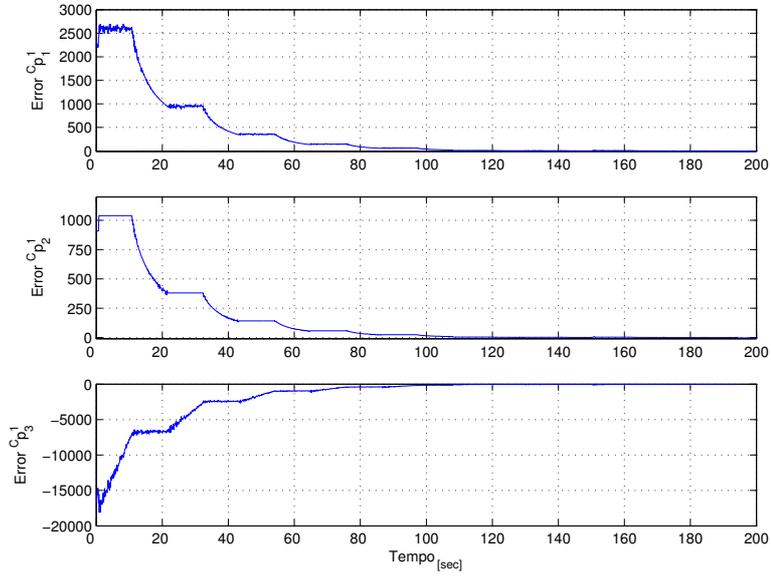


Figura 4.9: *Simulazione 2: errore di stima per le coordinate della feature con il filtro alternativo.*

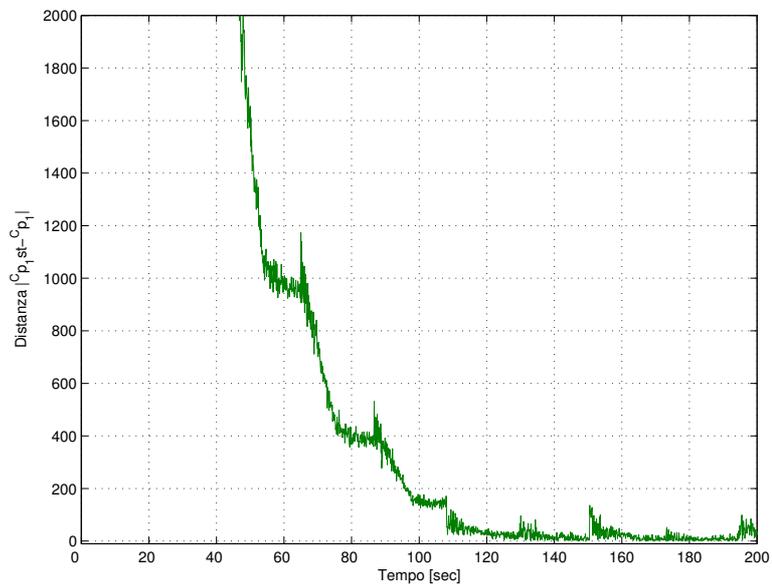


Figura 4.10: *Simulazione 2: distanza tra la feature stimata e la feature reale per il filtro alternativo.*

#### **4. Stima delle coordinate delle feature in terna solidale al robot con metodo alternativo**

---

Il filtro proposto continua a funzionare, come d'altronde anche l'EKF, se sia il rumore odometrico che quello sulle misure sono gaussiani a media nulla. E' stato verificato in simulazione che, se gli errori odometrici non sono a media nulla, la stima delle coordinate delle feature si stabilizza intorno ad un valore diverso da quello reale. Ciò dipende dal fatto che, nella nostra impostazione del problema della ricostruzione della scena, l'odometria fornisce l'informazione di profondità che integra le informazioni provenienti dal piano immagine. Questa informazione deve essere esatta in media, altrimenti i filtri interpretano in maniera non corretta le informazioni visive.