

## CAPITOLO 7: Simulazioni

In questo capitolo si metteranno a confronto le varie tecniche di analisi spettrale viste precedentemente, applicandole al segnale in uscita dal processo di Hammerstein. Per ogni simulazione si manterrà invariata la struttura del processo di Hammerstein e si mostrerà come tale processo venga indentificato al variare dell'algoritmo di filtraggio considerato. Le simulazioni verranno inoltre effettuate variando l'incidenza del rumore sul segnale, per valutare quanto i disturbi possano influenzare la bontà della stima.

E' necessario comunque fare una precisazione: precedentemente abbiamo visto come MUSIC e Smyth siano due buoni algoritmi di stima frequenziale. Nel caso delle simulazioni, comunque, si è riscontrato come sia MUSIC che Smyth non riuscissero a fornire prestazioni convincenti.

Impostando il parametro  $M$  su valori piuttosto alti, MUSIC forniva le stesse componenti frequenziali stimate con l'algoritmo FFT, ma la ricostruzione del segnale non era comunque buona: il problema stava nella ricostruzione delle ampiezze, direttamente collegate con la varianza stimata del rumore. Quindi la versione originale è risultata in pratica inapplicabile. Anche per Smyth si sono riscontrati notevoli problemi: in questo caso la ragione sta nell'avere come primo stadio la versione vincolata dell'algoritmo di Pisarenko, che per campionamenti troppo ravvicinati non riesce a fornire stime attendibili. Il problema è stato risolto mantenendo l'algoritmo MUSIC come nella versione originale fino alla stima delle frequenze, che come visto sono stimate con precisione molto buona manipolando il parametro  $M$ , ed effettuando la ricostruzione del segnale mediante le trasformate di Fourier. Nel seguito, quindi, menzionando MUSIC, si intenderà la sua versione modificata. L'algoritmo di Smyth, data la sua inapplicabilità, non verrà trattato nelle simulazioni.

Nelle simulazioni seguenti si considera il processo di Hammerstein con le seguenti caratteristiche:

- funzione di trasferimento  $\mathbf{G}(s) = \frac{1}{5s^2 + 6s + 1} e^{-2s}$ , cioè
  - $a = 5$
  - $b = 6$
  - ritardo = 2 secondi
- funzione non lineare  $f(u) = 2 * (1 - e^{-0.693u})$

Per quanto riguarda i parametri da inizializzare nella maschera del blocco di calcolo, si utilizza:

- 3 componenti  $Y_k$  del segnale
- metodo di risoluzione basato sulla funzione *fsolve*
- parametri  $a$  e  $b$  pari a 2 e 8 rispettivamente
- ritardo pari a 2.5 secondi
- $\Delta X$  pari a 2

Per i vari algoritmi utilizzati, si utilizzano i seguenti parametri:

- numero di campioni da elaborare = (4 periodi del segnale) / (periodo di campionamento)
- periodo di campionamento = 0.05 secondi (dove non diversamente espresso)
- componenti frequenziali = 8

Nel caso di FFT con soglia, il parametro *soglia* è impostato a 0.035.

Con le wavelet, consideriamo 10 livelli, metodo di thresholding “heursure” e filtro *sym10*.

Con MUSIC, il parametro  $M$  viene impostato su 300, mentre il periodo di campionamento viene scelto pari a 0.1 secondi (e non 0.05) per permettere una miglior ricostruzione del segnale (ottenibile altrimenti aumentando il parametro  $M$ , aumentando però anche il tempo di elaborazione).

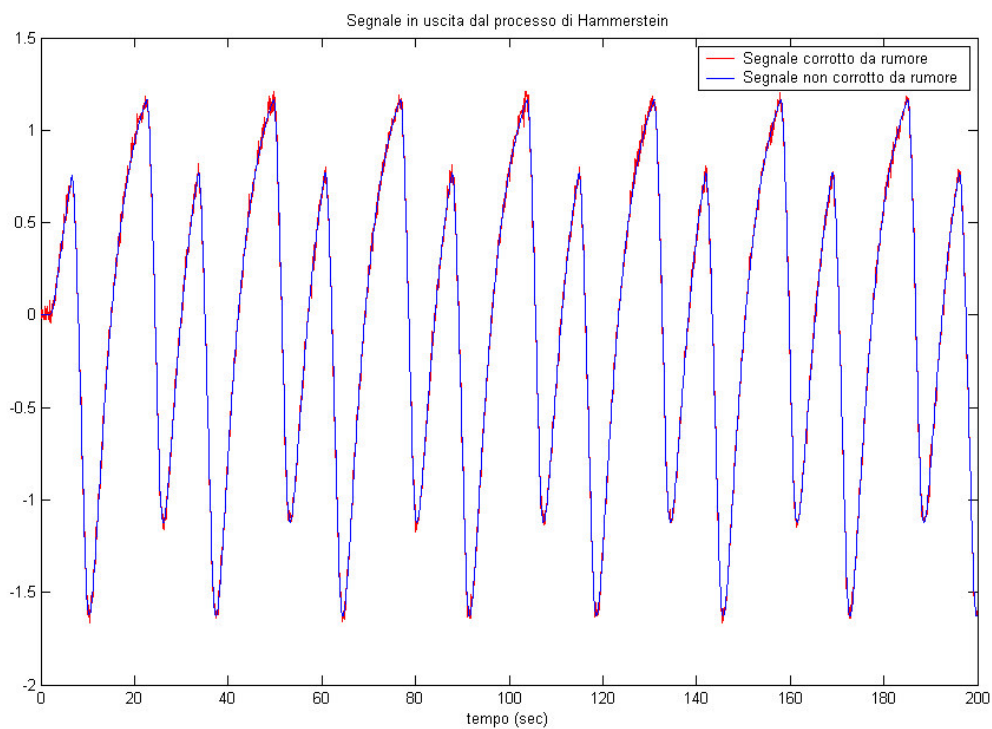
Si ricorda che mentre per identificare la parte lineare è sufficiente una sola simulazione, per stimare la non linearità (per punti) le simulazioni dovranno essere ripetute fino a raggiungere il numero di punti desiderato.

## 7.1 Simulazione 1

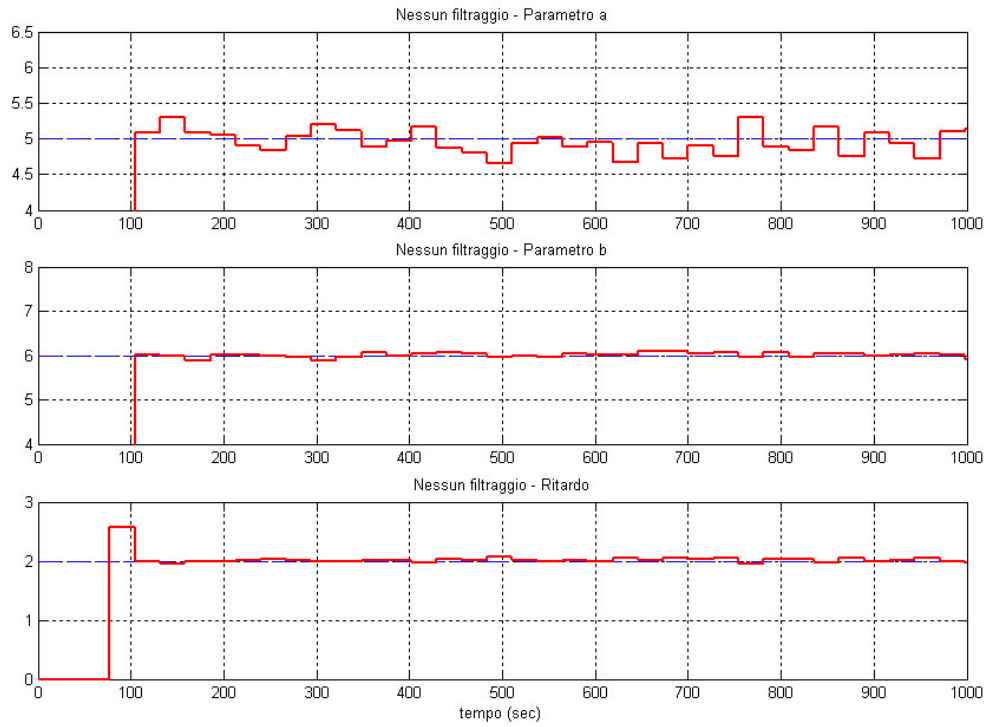
Inoltre, le simulazioni verranno effettuate aggiungendo sull'uscita rumore con:

- periodo di campionamento = 0.1 secondi
- potenza = 0.0001

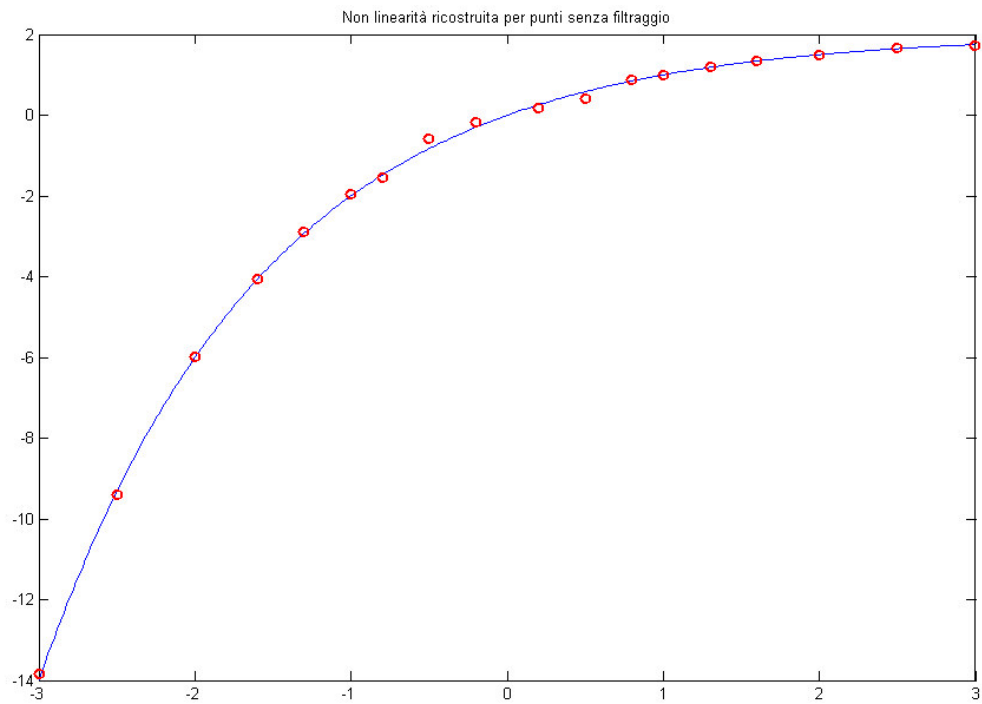
Si presentano ora i grafici relativi alle simulazioni effettuate utilizzando i parametri sopra.



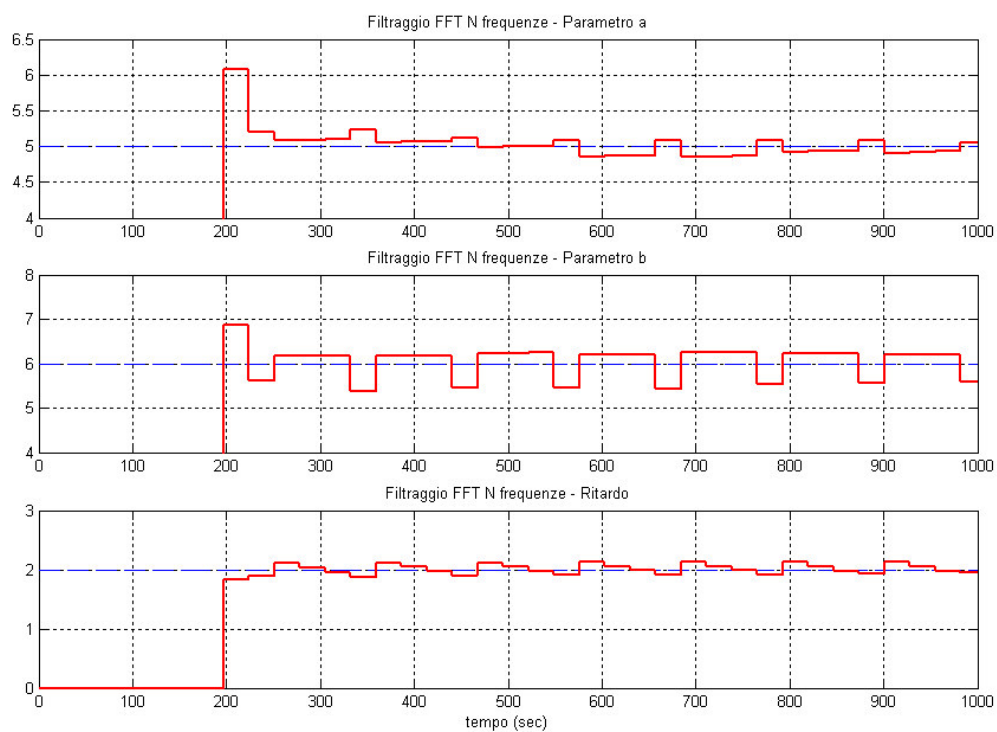
**Figura 7.1.** Uscita del sistema con e senza l'aggiunta di rumore



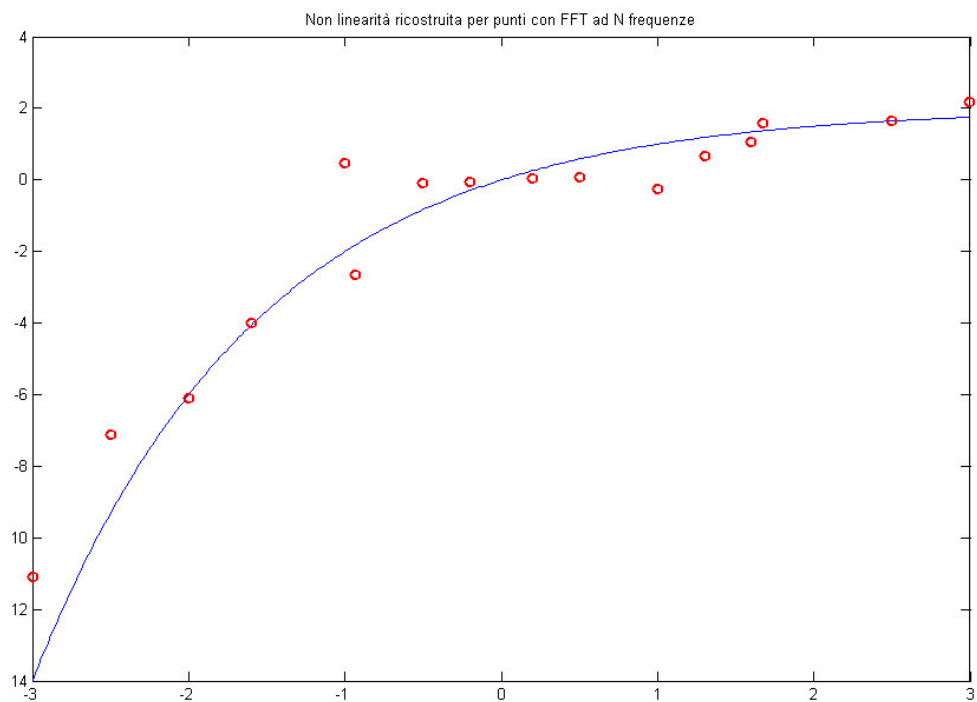
**Figura 7.2.** Stima dei parametri senza filtraggio



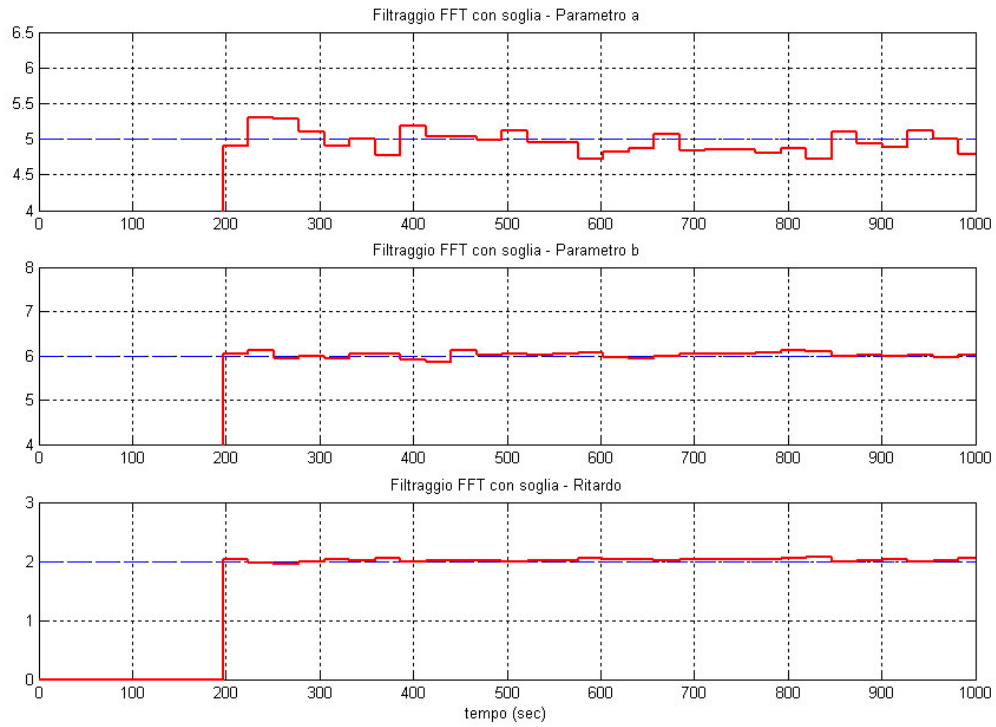
**Figura 7.3.** Ricostruzione della non linearità senza filtraggio



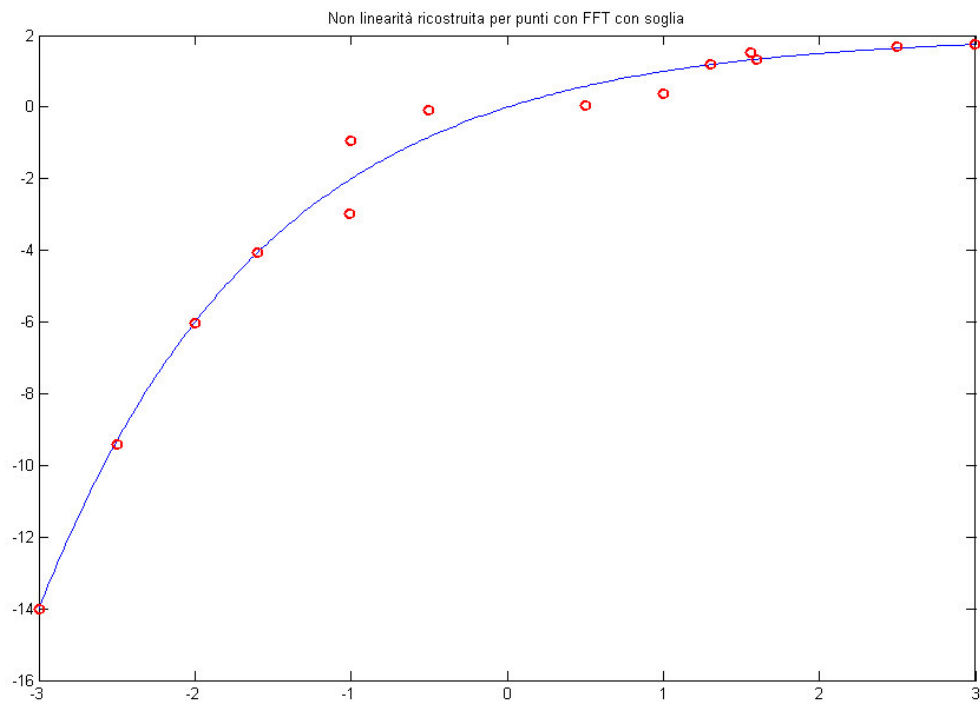
**Figura 7.4.** Stima dei parametri con FFT ad N frequenze



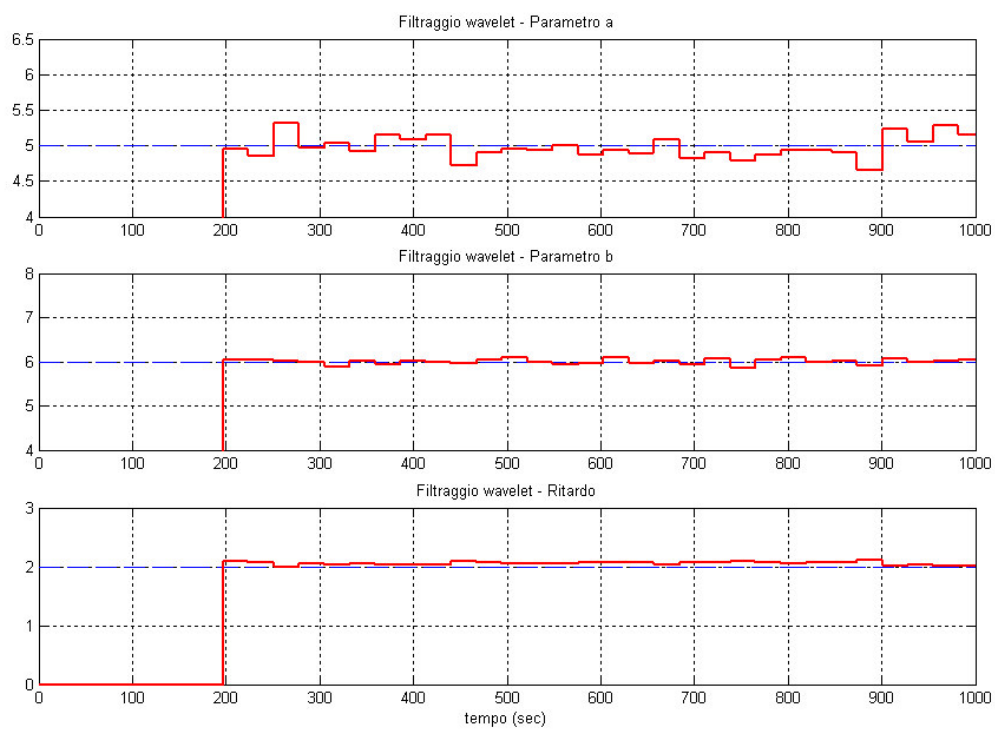
**Figura 7.5.** Ricostruzione della non linearità con FFT ad N frequenze



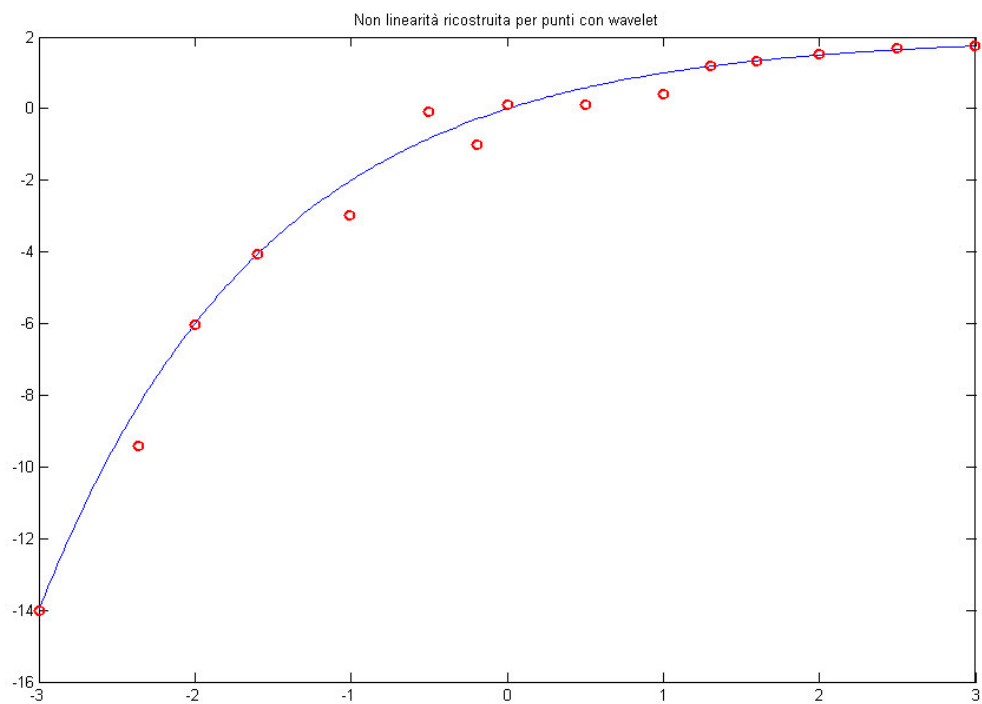
**Figura 7.6.** Stima dei parametri con FFT con soglia



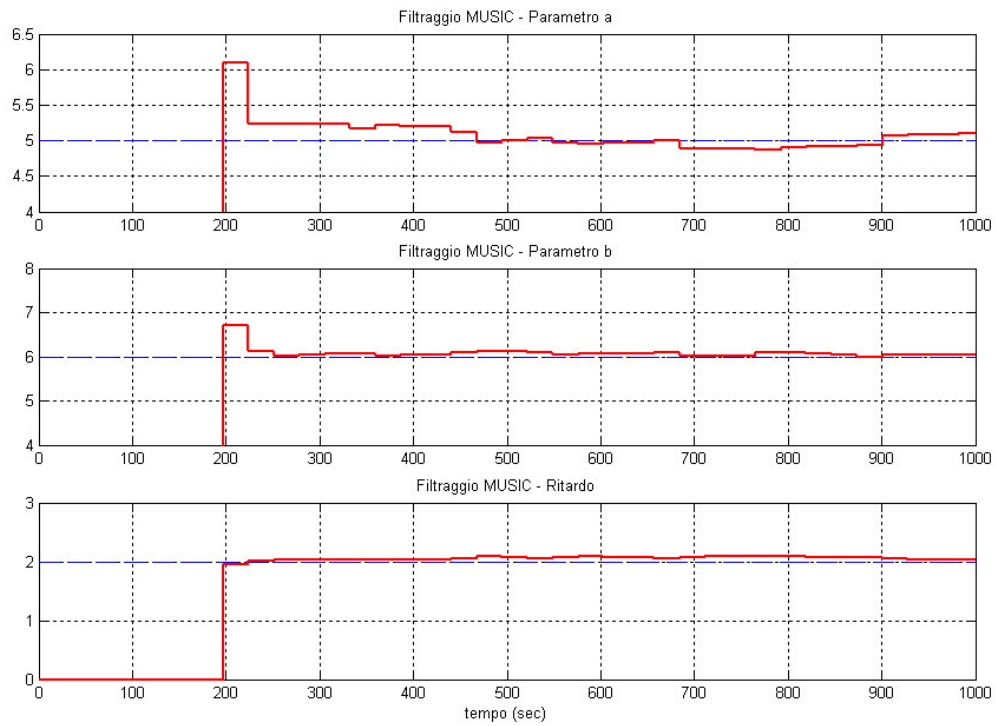
**Figura 7.7.** Ricostruzione della non linearità con FFT con soglia



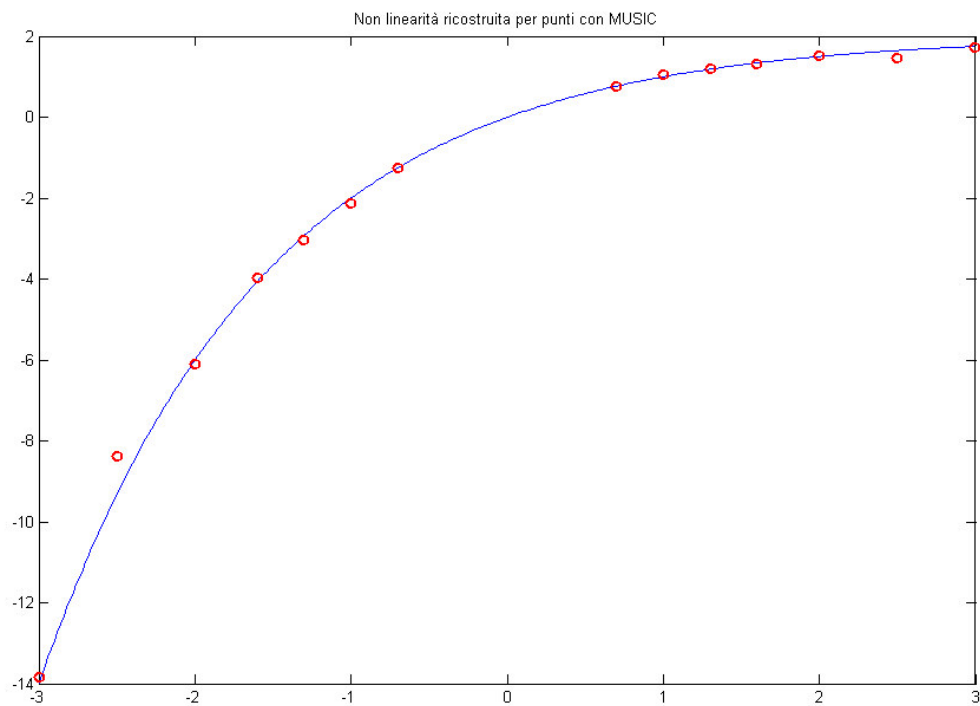
**Figura 7.8.** Stima dei parametri con wavelet



**Figura 7.9.** Ricostruzione della non linearità con wavelet

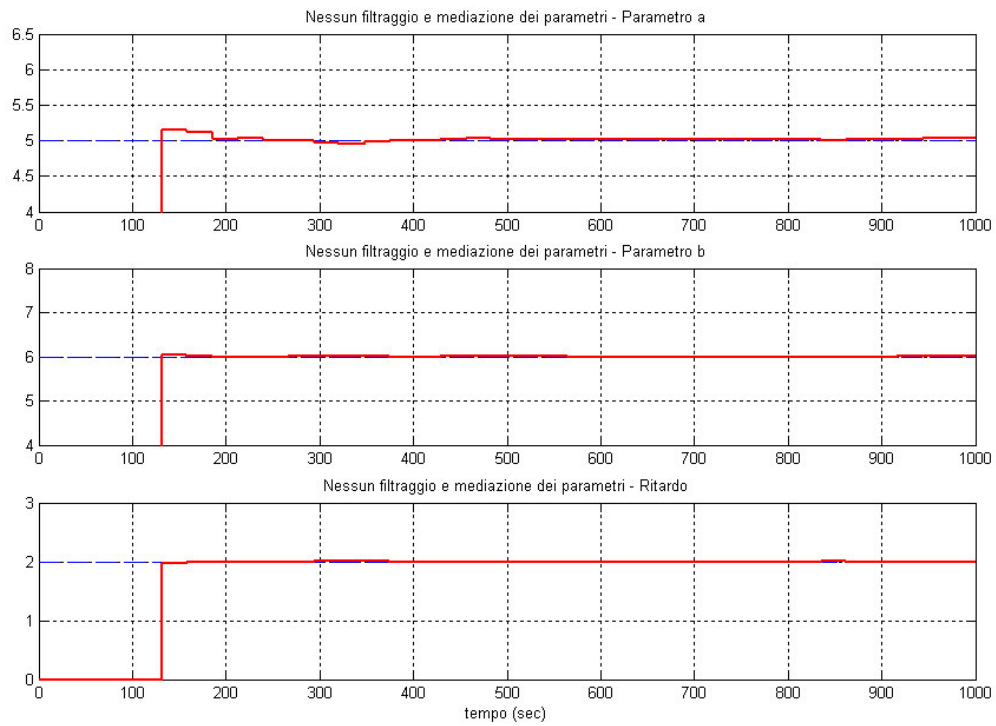


**Figura 7.10.** Stima dei parametri con MUSIC

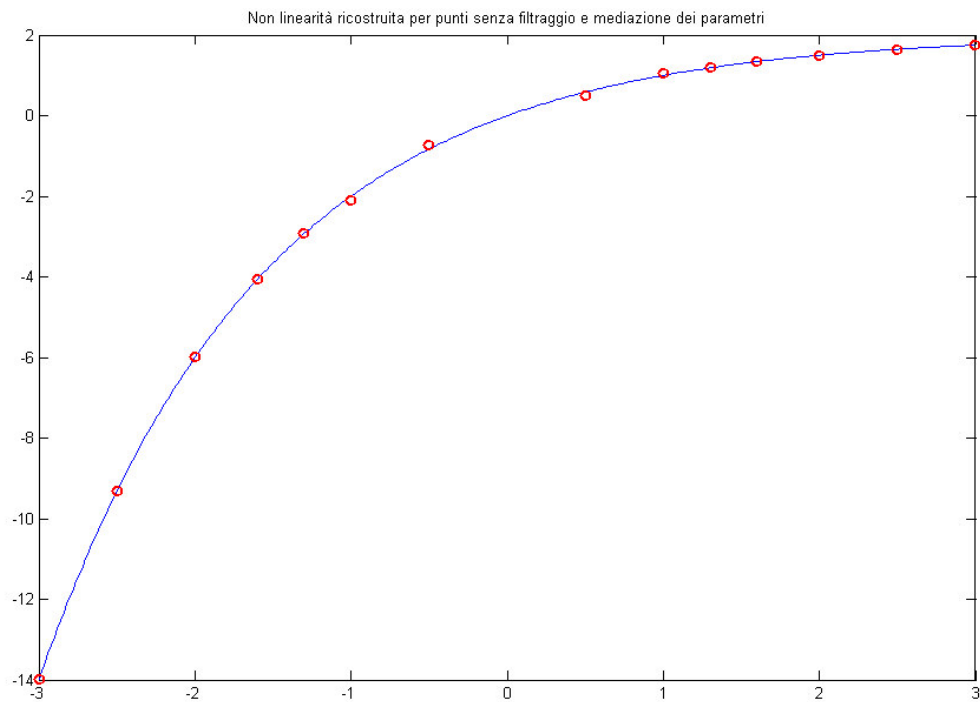


**Figura 7.11.** Ricostruzione della non linearità con MUSIC

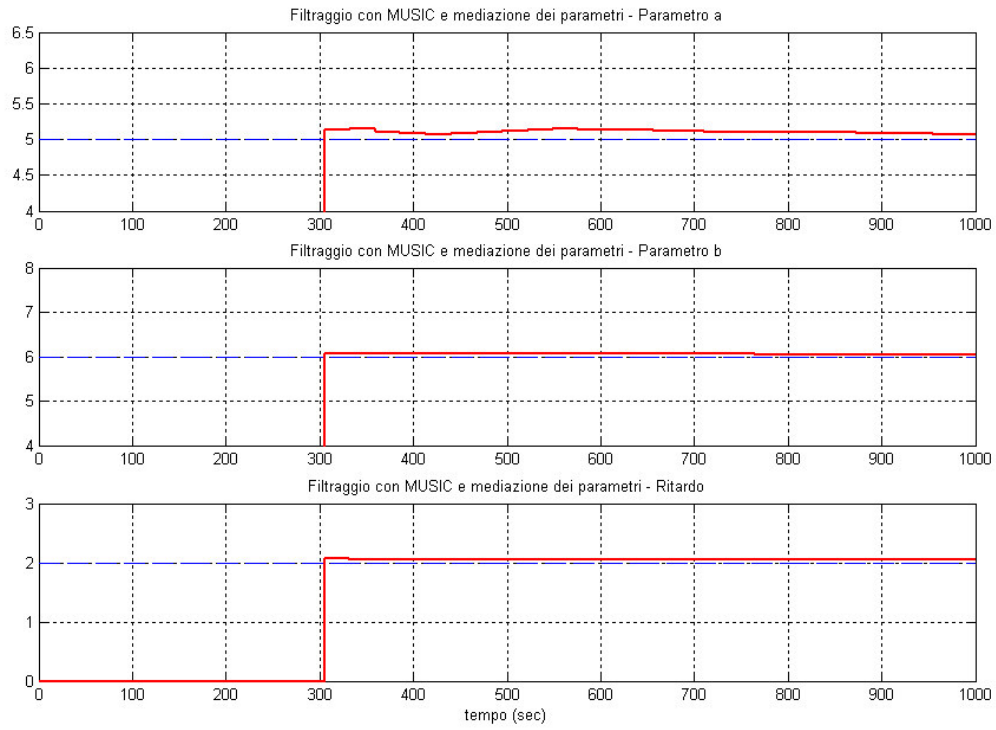




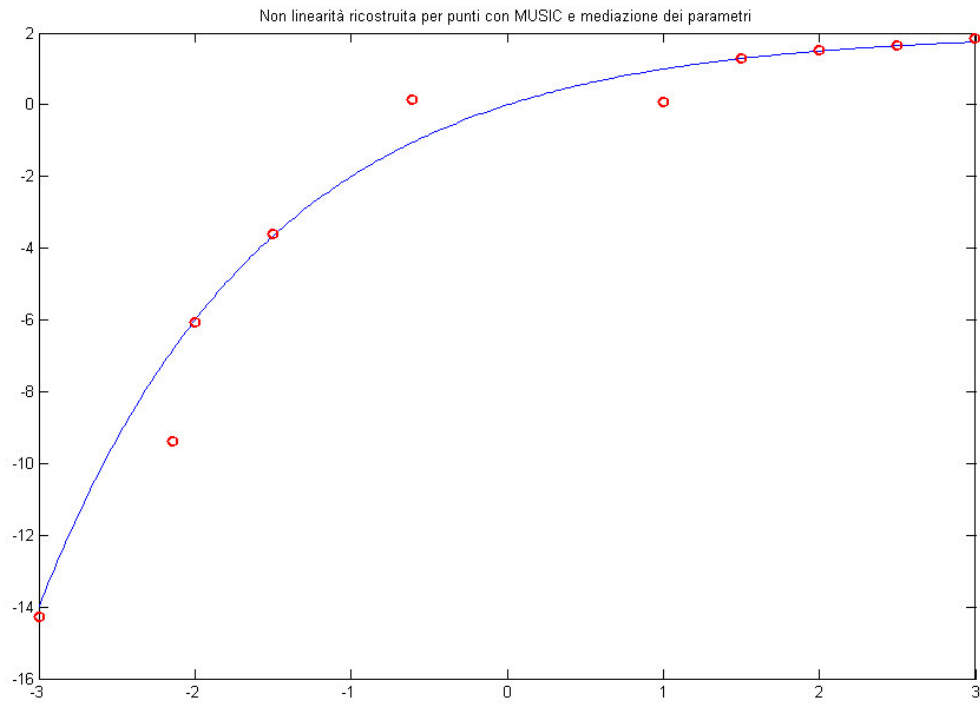
**Figura 7.12.** Stima dei parametri senza filtraggio e averaging



**Figura 7.13.** Ricostruzione della non linearità senza filtraggio e averaging



**Figura 7.14.** Stima dei parametri con MUSIC e averaging



**Figura 7.15.** Ricostruzione della non linearità con MUSIC e averaging

Filtraggio	a (=5)			b (=6)			ritardo (=2)		
	min	medio	max	min	medio	max	min	medio	max
Nessuno	4.6489	4.9335	5.2946	5.8901	6.0131	6.0969	1.9460	2.0118	2.0613
FFT N frequenze	4.8458	5.0354	6.0819	5.3861	6.0437	6.8775	1.8376	2.0032	2.1349
FFT con soglia	4.7216	4.9610	5.3048	5.8491	6.0117	6.1213	1.9566	2.0177	2.0650
Wavelet	4.6558	4.9746	5.3222	5.8553	5.9975	6.0933	1.9970	2.0545	2.1049
MUSIC	4.8774	4.9906	5.2078	5.9797	6.0583	6.1306	2.0284	2.0642	2.0855
	<b>Valore finale</b>			<b>Valore finale</b>			<b>Valore finale</b>		
Nessuno + mediazione	5.0327			6.0026			1.9962		
MUSIC + mediazione	5.0712			6.0448			2.0540		

Dai risultati ottenuti in questa prima simulazione si evidenzia come MUSIC, in presenza di rumore non molto marcato sul segnale da elaborare, fornisca le migliori stime. In particolare fornisce per tutti i parametri il più piccolo intervallo di incertezza.

Come supposto fin dall'inizio, se il segnale è corrotto da rumore bianco i migliori risultati si ottengono con la mediazione dei coefficienti di Fourier del segnale stesso. In questo caso si osserva come risultati già molto buoni si ottengono senza l'aggiunta di nessun filtro; analizzando il segnale con MUSIC e facendo seguire la mediazione al segnale ricostruito le stime rimangono in pratica le stesse.

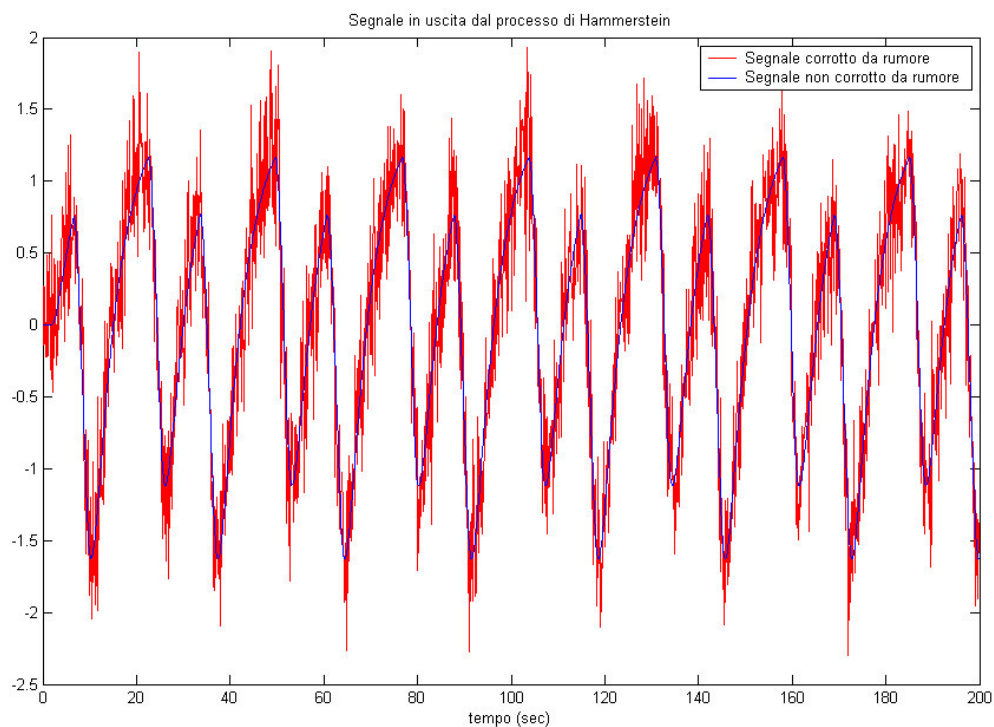
Per quanto riguarda la ricostruzione della non linearità, dai grafici si osserva come la migliore curva si ottenga senza l'utilizzo di alcun filtraggio. Il problema, infatti, nasce nell'identificazione dei punti più vicini allo zero sull'asse delle ascisse: mentre senza filtraggio tali punti sono ben identificabili, applicando qualsiasi filtraggio le stime non sono più consistenti. La ragione è la seguente: per identificare punti molto vicini a zero si devono portare le soglie (positiva e negativa) dello slave relè a valori anch'essi vicino allo zero. Il segnale in uscita dal processo, quindi, avrà ampiezze più piccole, ma rimarrà corrotto dallo stesso rumore (si suppone che il rumore introdotto dal dispositivo da identificare abbia sempre le stesse proprietà statistiche). Il rapporto segnale-rumore del segnale da filtrare, quindi, risulterà inevitabilmente diminuito, scendendo a livelli talmente bassi da non permettere più filtri efficaci. Per questo motivo i punti più vicini a zero spesso non vengono riportati (il valore assunto non sarebbe consistente).

## 7.2 Simulazione 2

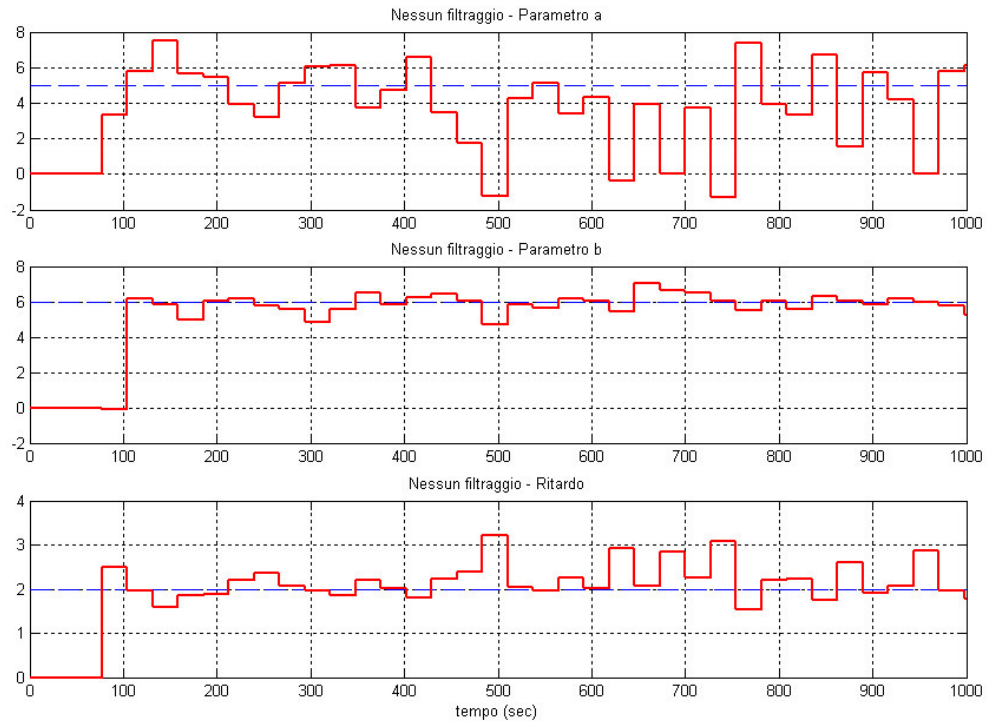
Si considerano tutti gli stessi parametri della simulazione precedente, tranne quelli caratterizzanti il rumore che ha le seguenti caratteristiche:

- potenza = 0.01
- periodo di campionamento = 0.1 secondi

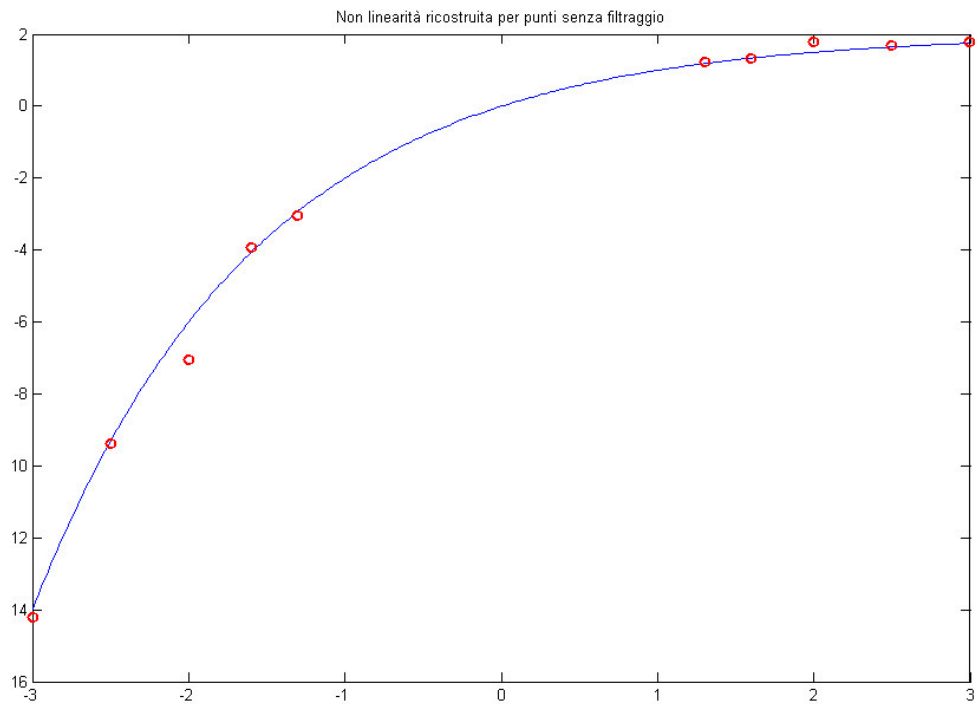
Il segnale risulta chiaramente molto meno riconoscibile che nel caso precedente; si vuole vedere come in questo caso si comportano gli algoritmi affrontati precedentemente.



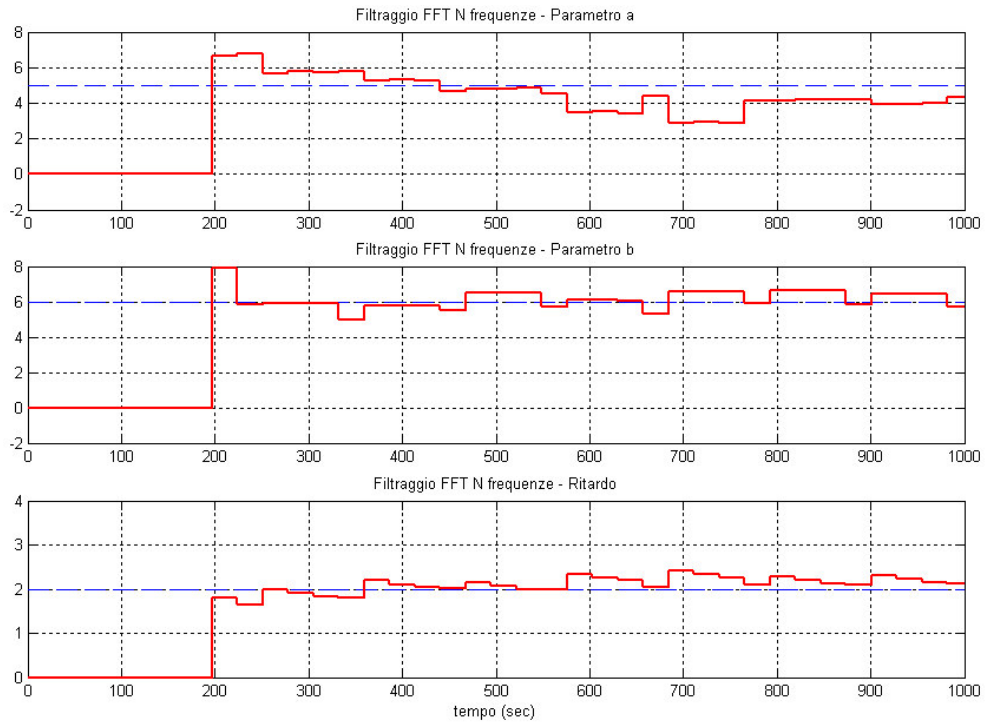
**Figura 7.16.** Uscita del sistema con e senza l'aggiunta di rumore



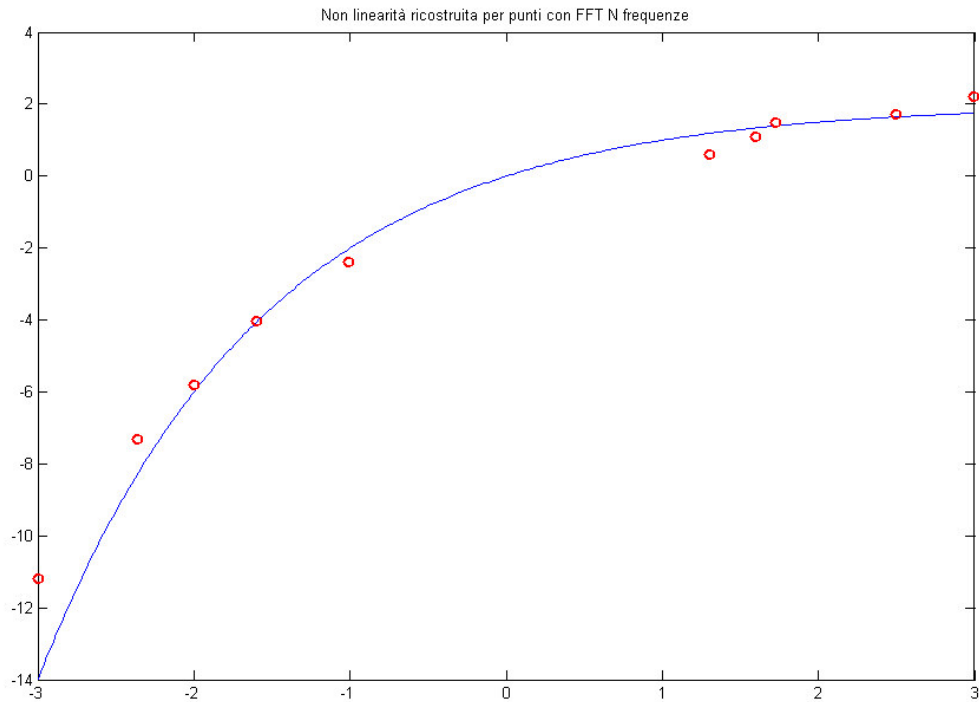
**Figura 7.17.** Stima dei parametri senza filtraggio



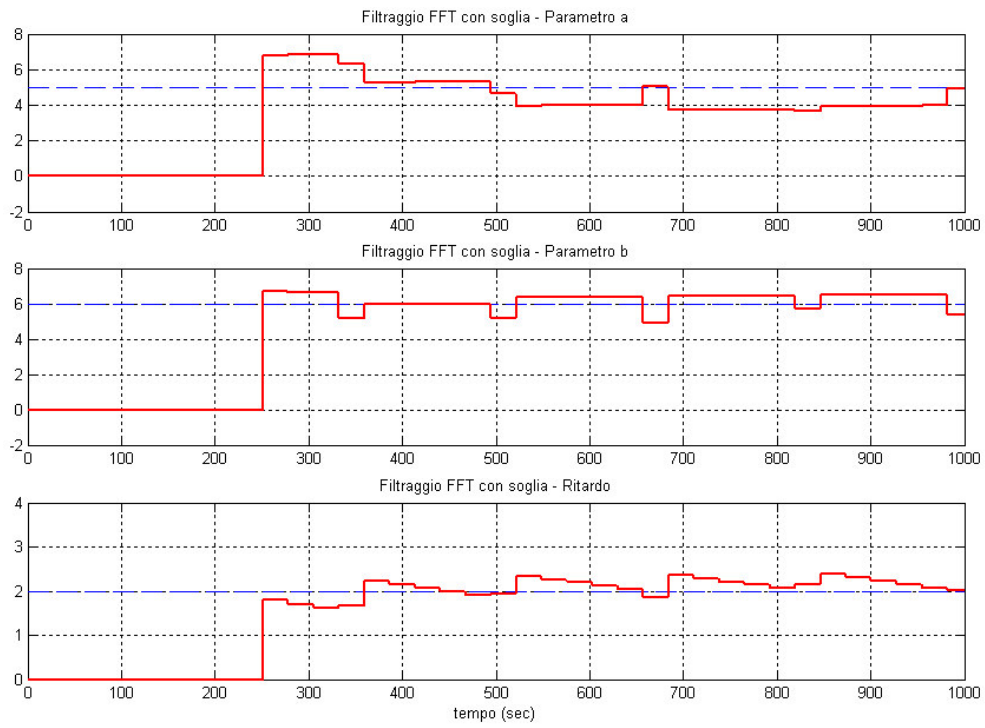
**Figura 7.18.** Ricostruzione della non linearità senza filtraggio



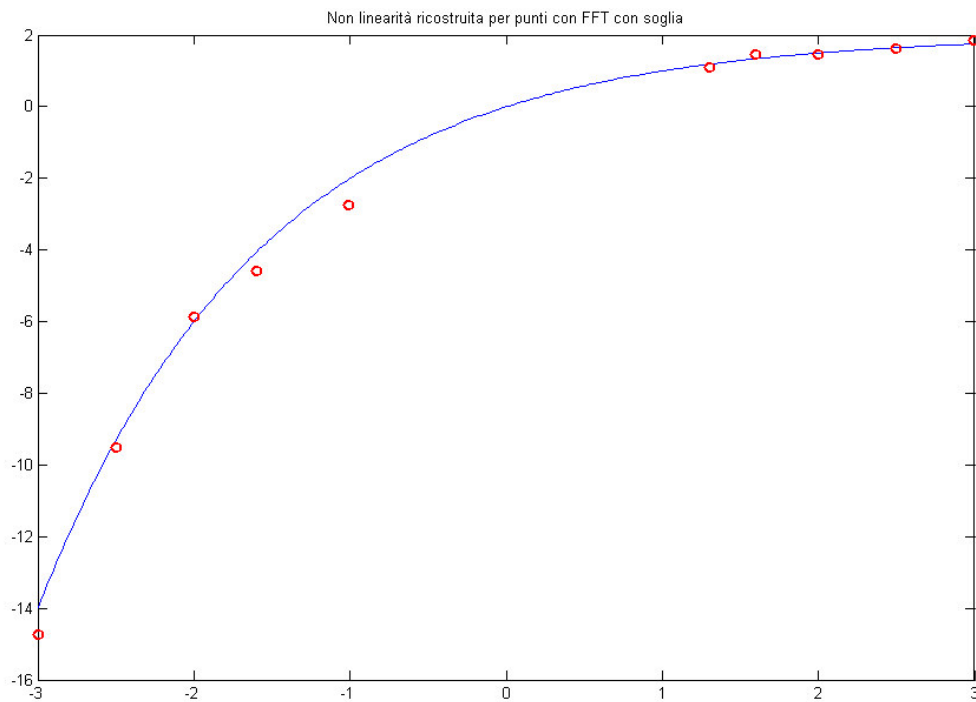
**Figura 7.19.** Stima dei parametri con FFT ad N frequenze



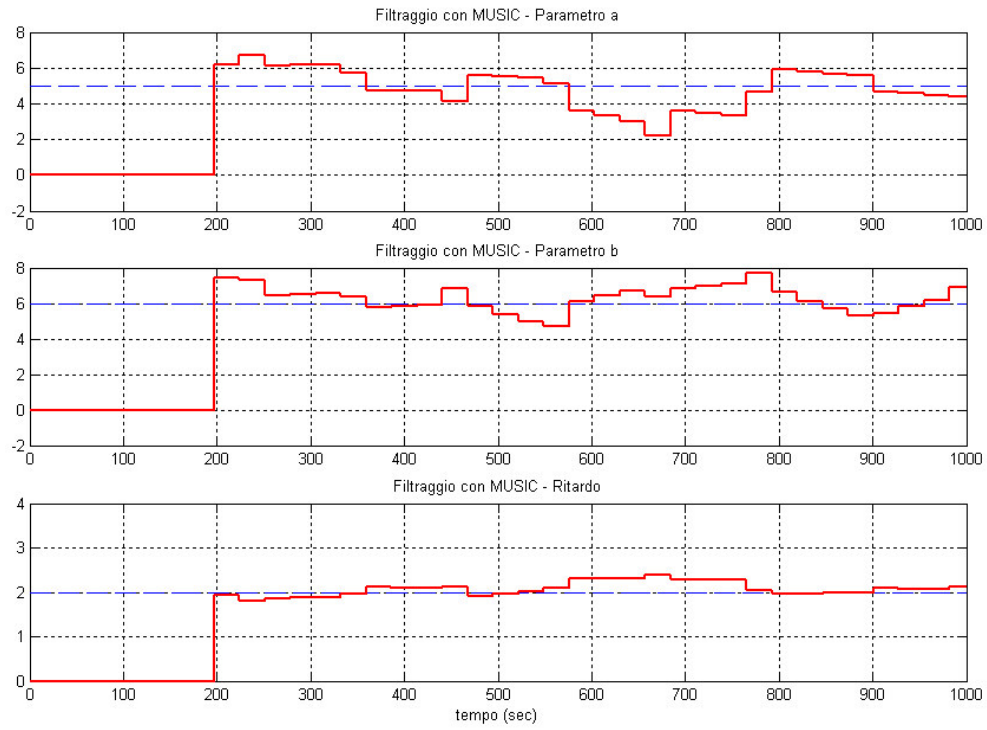
**Figura 7.20.** Ricostruzione della non linearità con FFT ad N frequenze



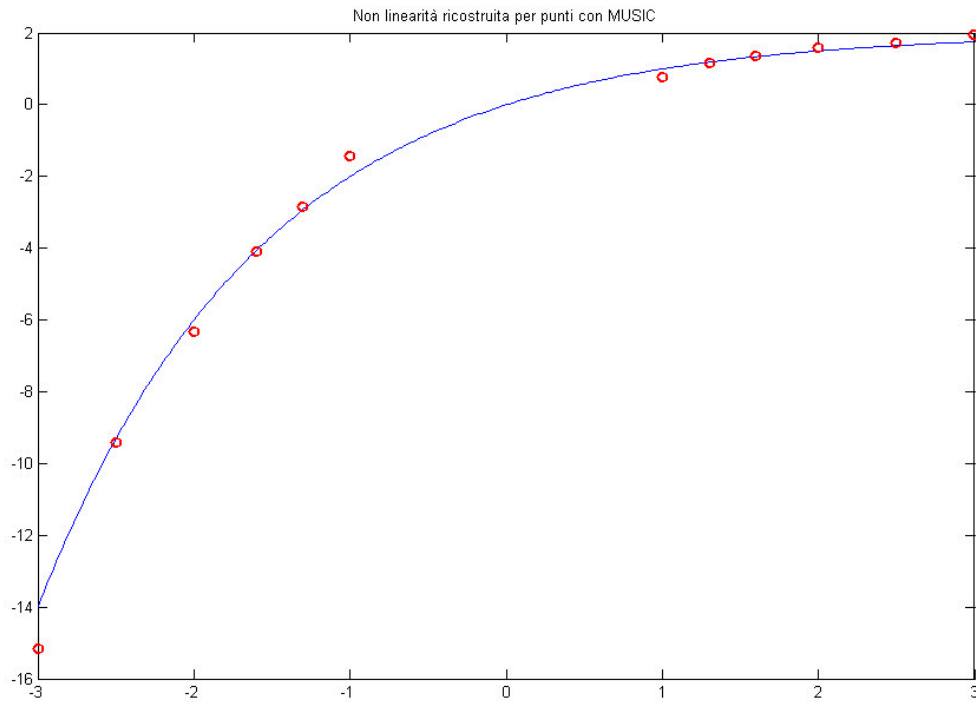
**Figura 7.21.** Stima dei parametri con FFT con soglia



**Figura 7.22.** Ricostruzione della non linearità con FFT con soglia

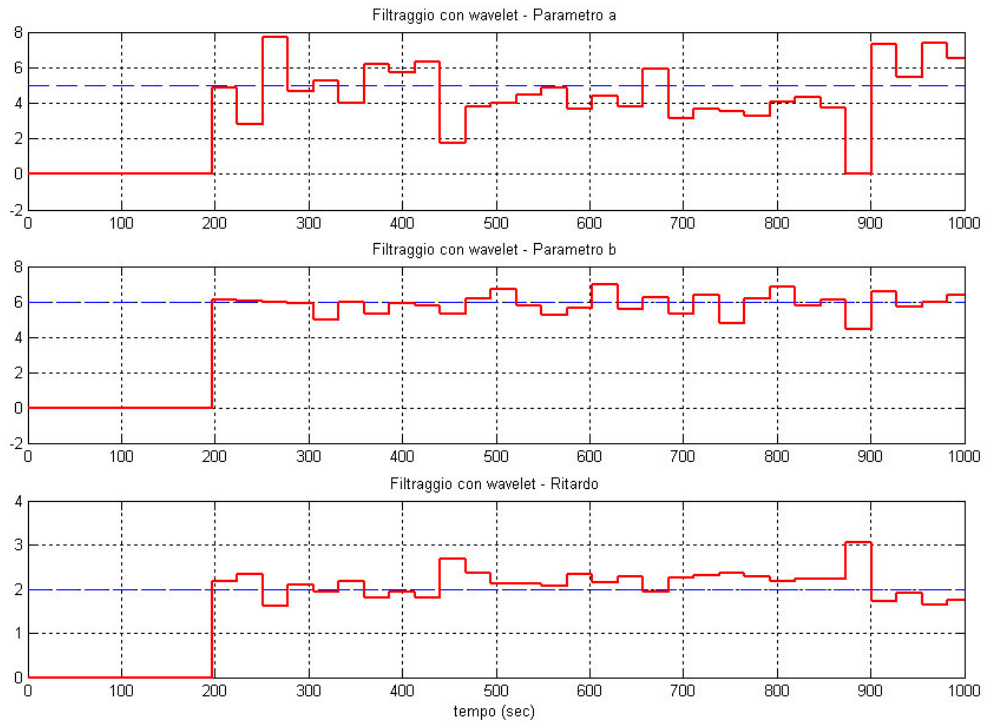


**Figura 7.23.** Stima dei parametri con MUSIC

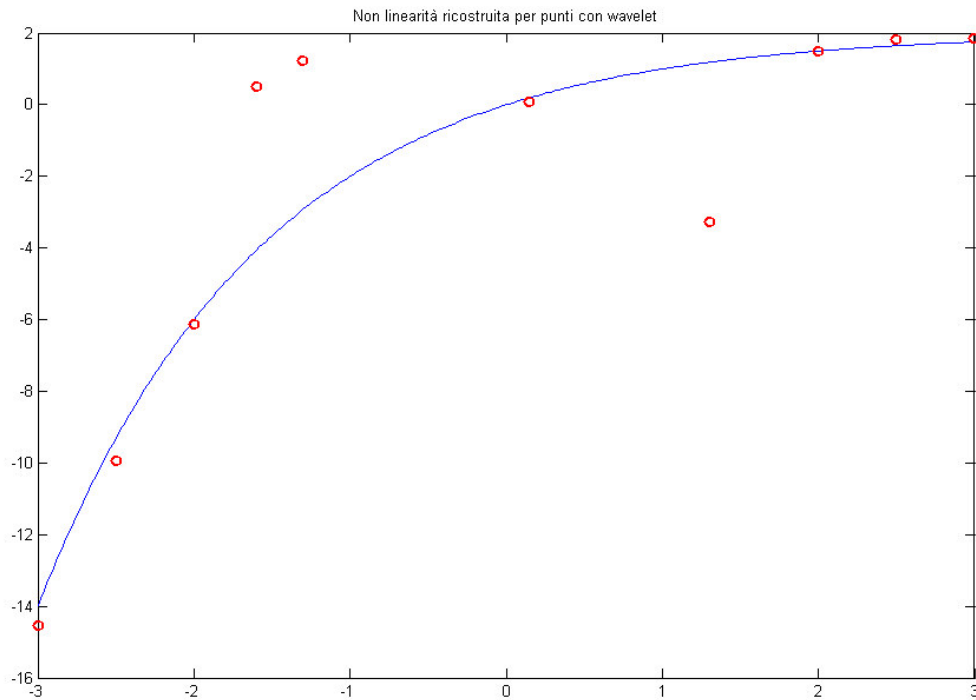


**Figura 7.24.** Ricostruzione della non linearità con MUSIC

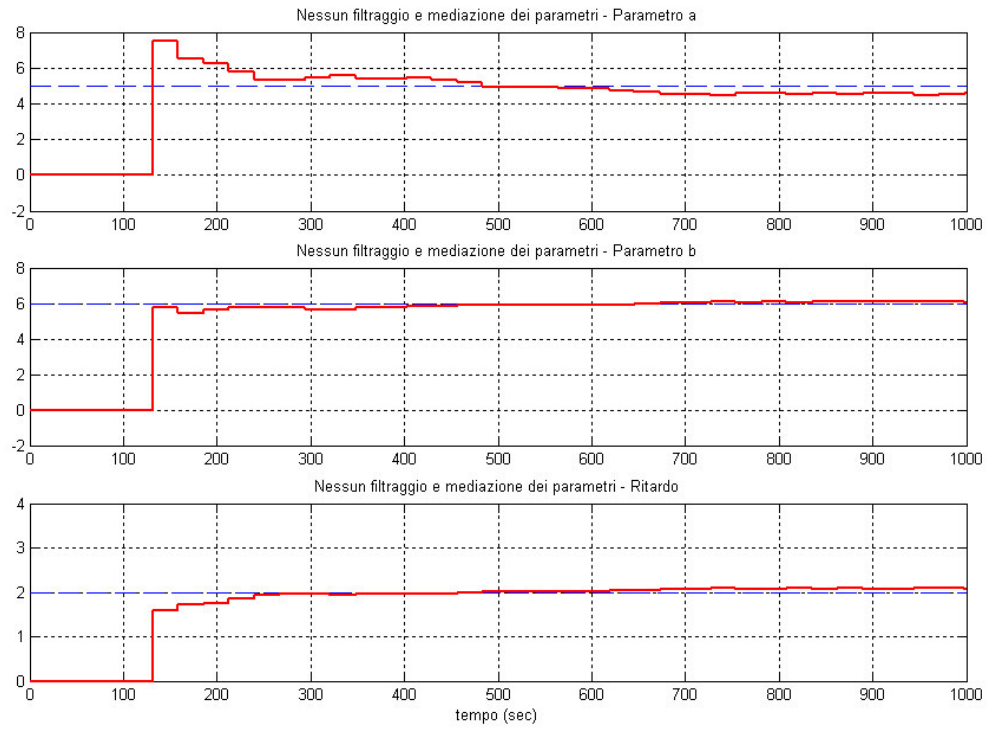




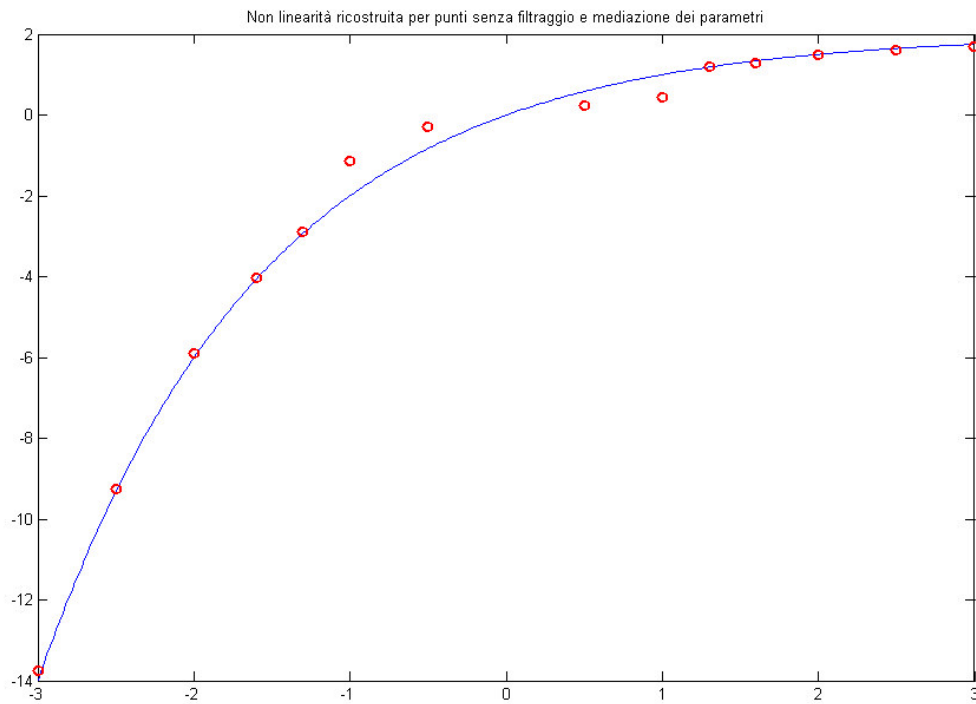
**Figura 7.25.** Stima dei parametri con wavelet



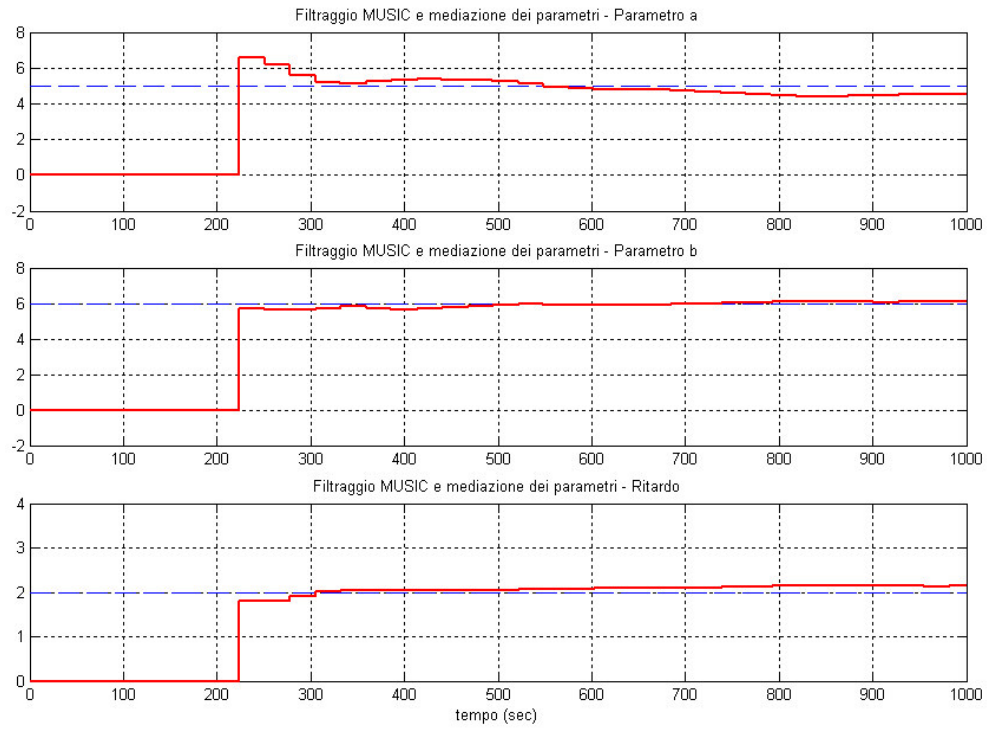
**Figura 7.26.** Ricostruzione della non linearità con wavelet



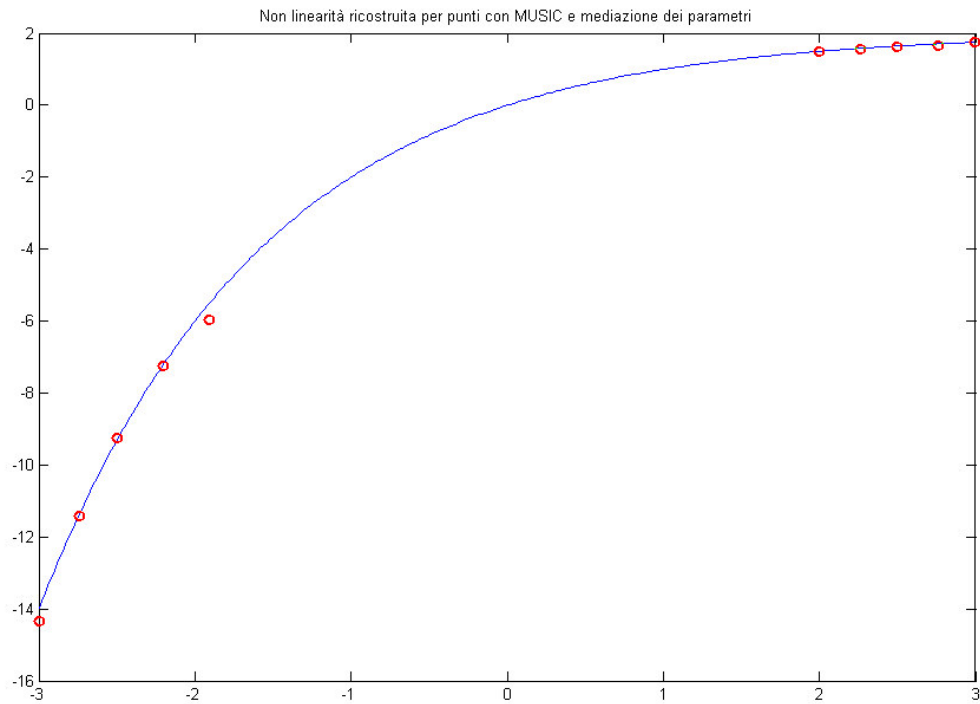
**Figura 7.27.** Stima dei parametri senza filtraggio e averaging



**Figura 7.28.** Ricostruzione della non linearità senza filtraggio e averaging



**Figura 7.29.** Stima dei parametri con MUSIC e averaging



**Figura 7.30.** Ricostruzione della non linearità con MUSIC e averaging

Filtraggio	a (=5)			b (=6)			ritardo (=2)		
	min	medio	max	min	medio	max	min	medio	max
Nessuno	-1.329	3.6597	7.3755	4.7244	5.9337	7.0201	1.5404	2.2281	3.2232
FFT N frequenze	2.8625	4.5372	6.7605	4.9562	6.1376	7.8959	1.6436	2.0986	2.4195
FFT con soglia	3.6503	4.4796	6.8296	4.9193	6.1311	6.6368	1.6167	2.1038	2.3857
Wavelet	-0.001	4.5265	7.6941	4.4609	5.8541	6.9789	1.6157	2.1311	3.0421
MUSIC	2.2148	4.8451	6.7159	4.6942	6.2585	7.6736	1.7944	2.0707	2.3940
	<b>Valore finale</b>			<b>Valore finale</b>			<b>Valore finale</b>		
Nessuno + mediazione	4.6001			6.0607			2.0704		
MUSIC + mediazione	4.5109			6.0972			2.1336		

In questo caso non c'è un algoritmo che fornisce prestazioni nettamente superiori a tutti gli altri. MUSIC raggiunge il miglior valore medio per il parametro  $a$  e per il ritardo, ma non per  $b$ , e comunque altri permettono una stima dell'intervallo di variabilità più accurata. Il valor medio più vicino alla realtà per il parametro  $b$  è stimato addirittura senza l'utilizzo di filtri.

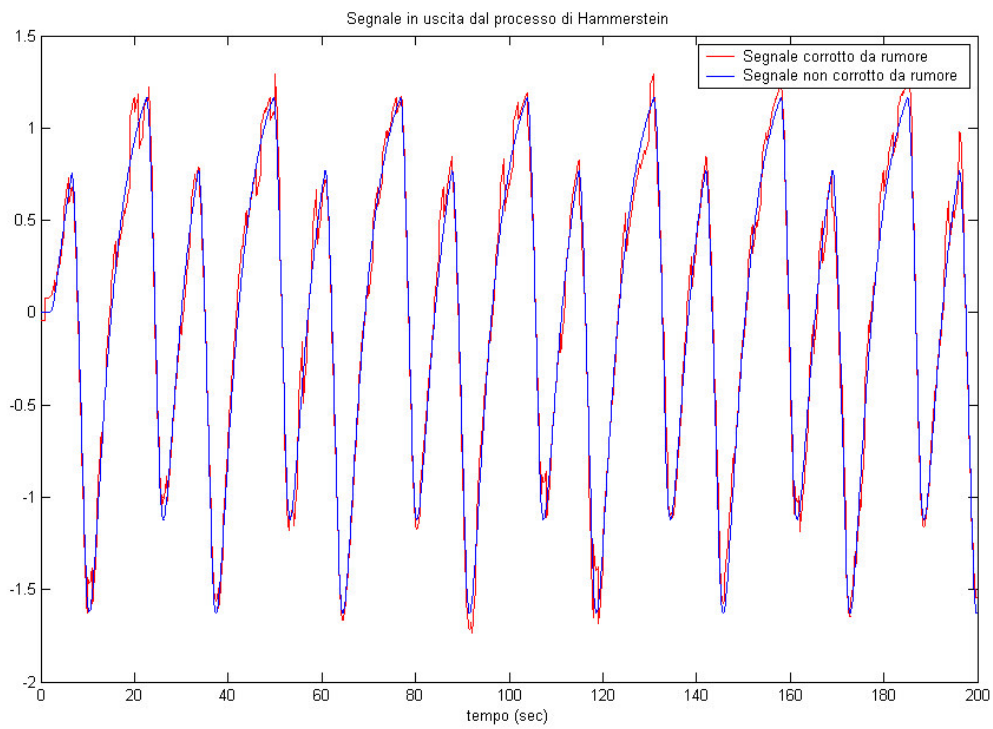
Anche in questa simulazione, come nella precedente, l'utilizzo della mediazione dei coefficienti senza nessun filtraggio garantisce le stesse performances ottenibili con pre-filtraggio MUSIC.

Inoltre, si evidenzia ancora come la funzione non linearità non venga ricostruita in maniera corretta per i valori di ascissa prossimi allo zero utilizzando filtri.

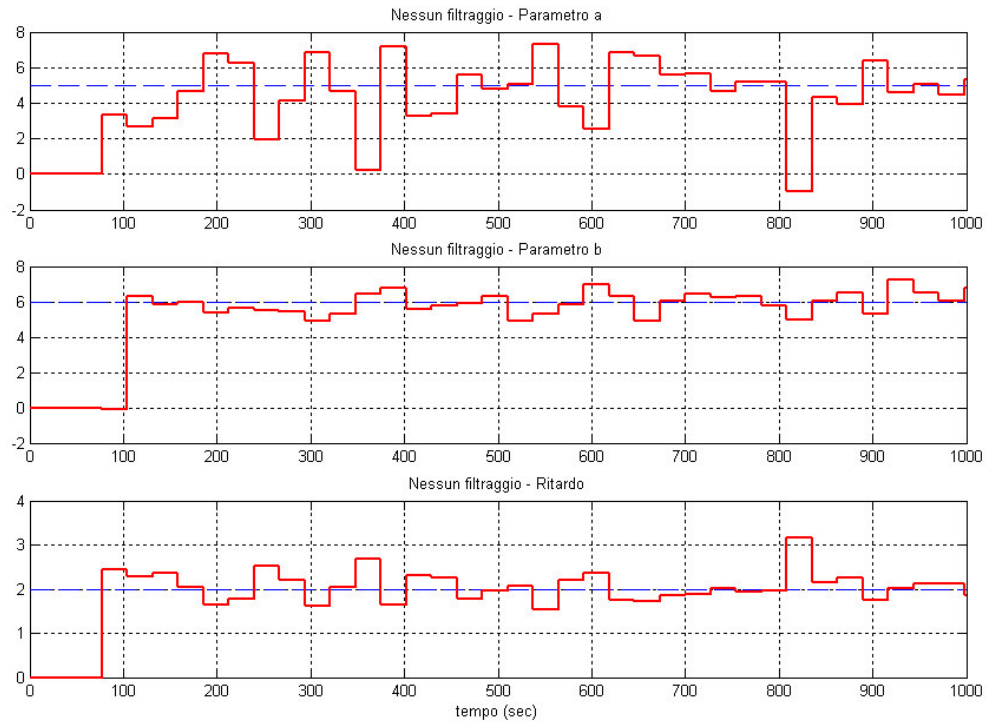
### 7.3 Simulazione 3

Anche in questo caso il processo di Hammerstein rimane lo stesso degli esempi precedenti; portiamo però il rumore ad assumere le seguenti caratteristiche:

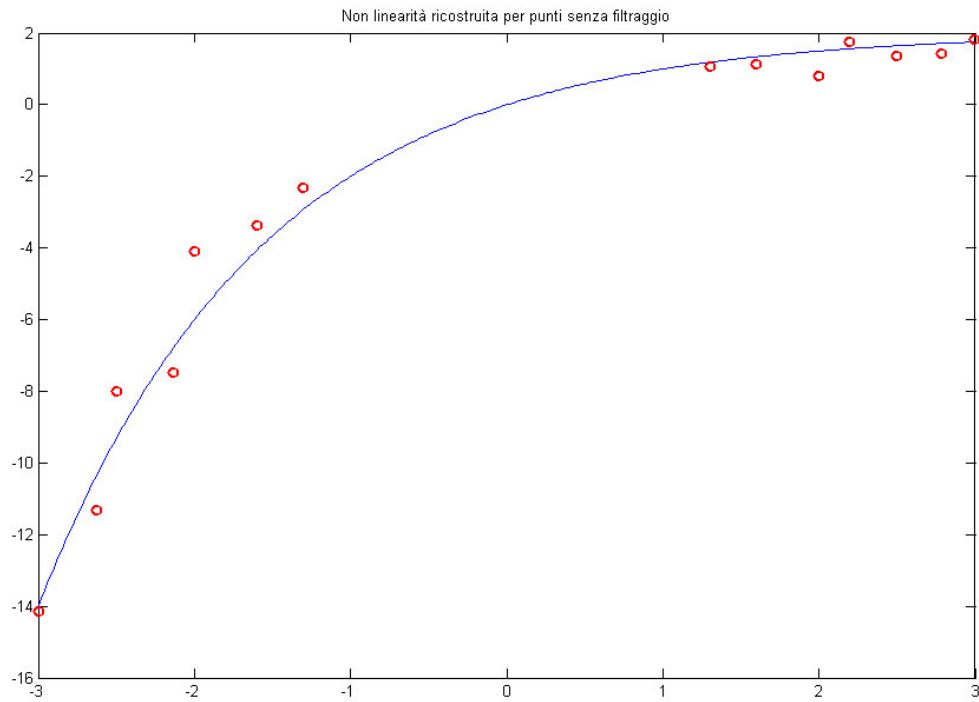
- potenza = 0.01
- periodo di campionamento = 1 secondo



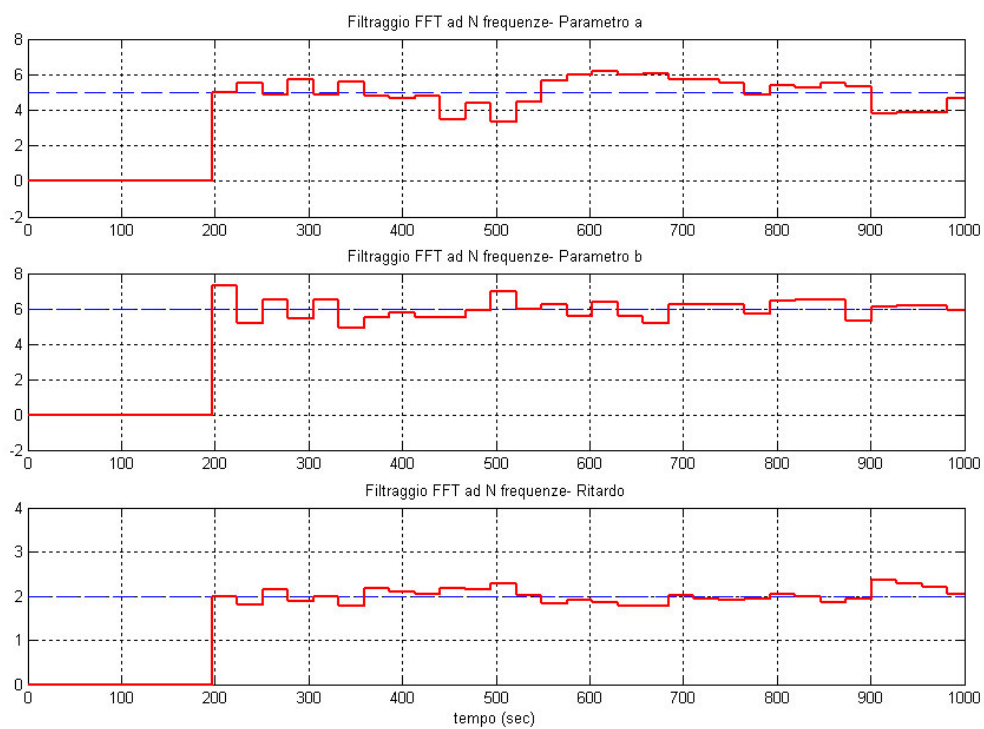
**Figura 7.31.** Uscita del sistema con e senza l'aggiunta di rumore



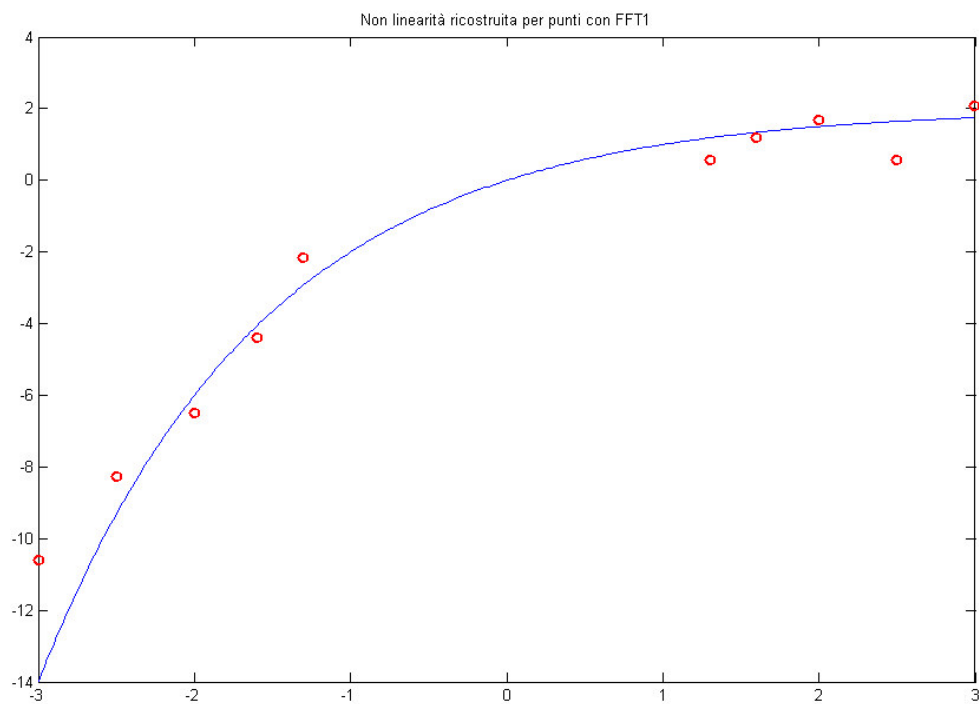
**Figura 7.32.** Stima dei parametri senza filtraggio



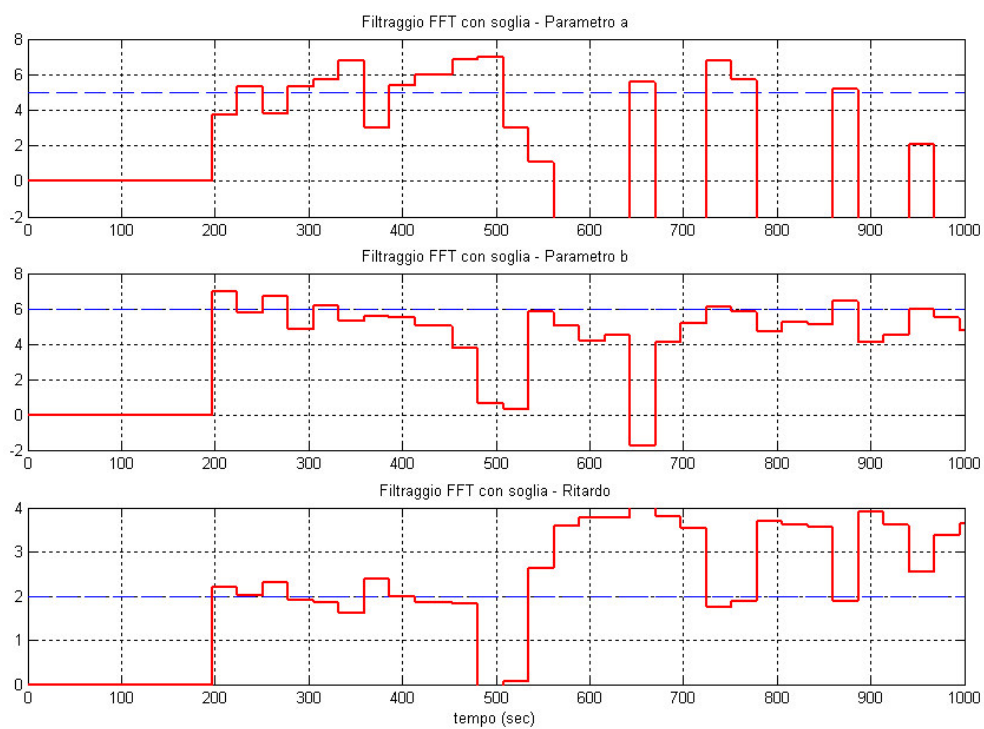
**Figura 7.33.** Ricostruzione della non linearità senza filtraggio



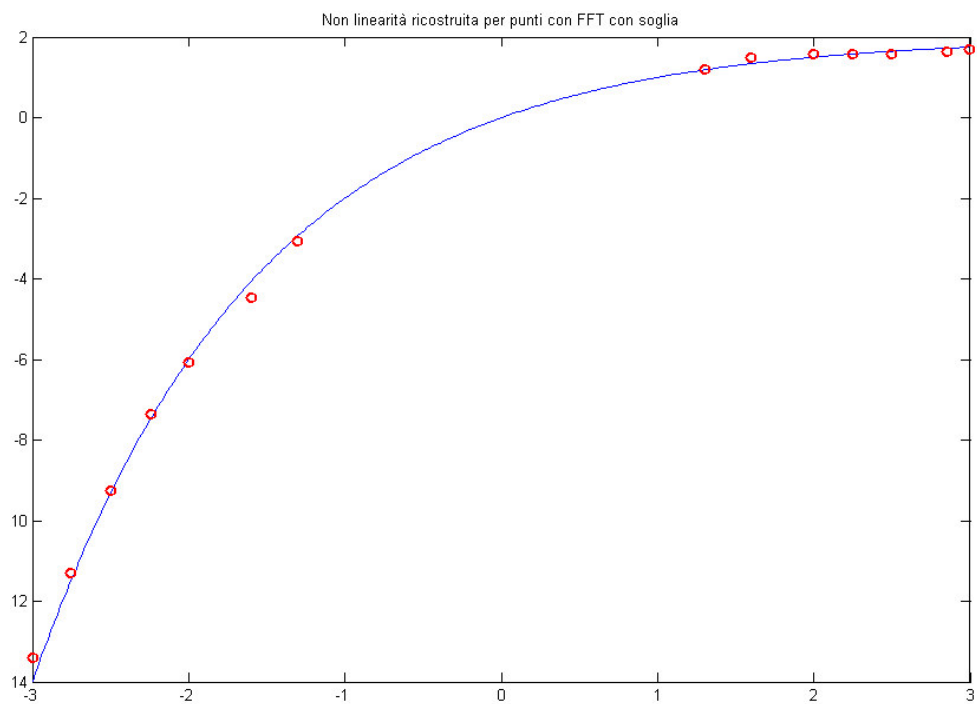
**Figura 7.34.** Stima dei parametri con FFT ad N frequenze



**Figura 7.35.** Ricostruzione della non linearità con FFT ad N frequenze

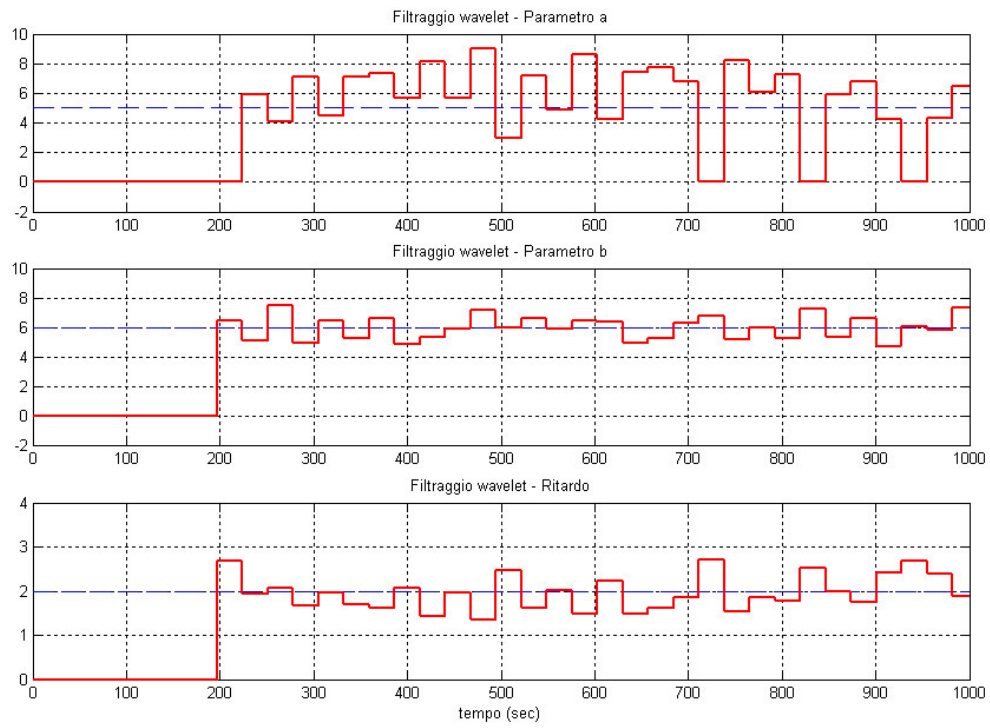


**Figura 7.36.** Stima dei parametri con FFT con soglia

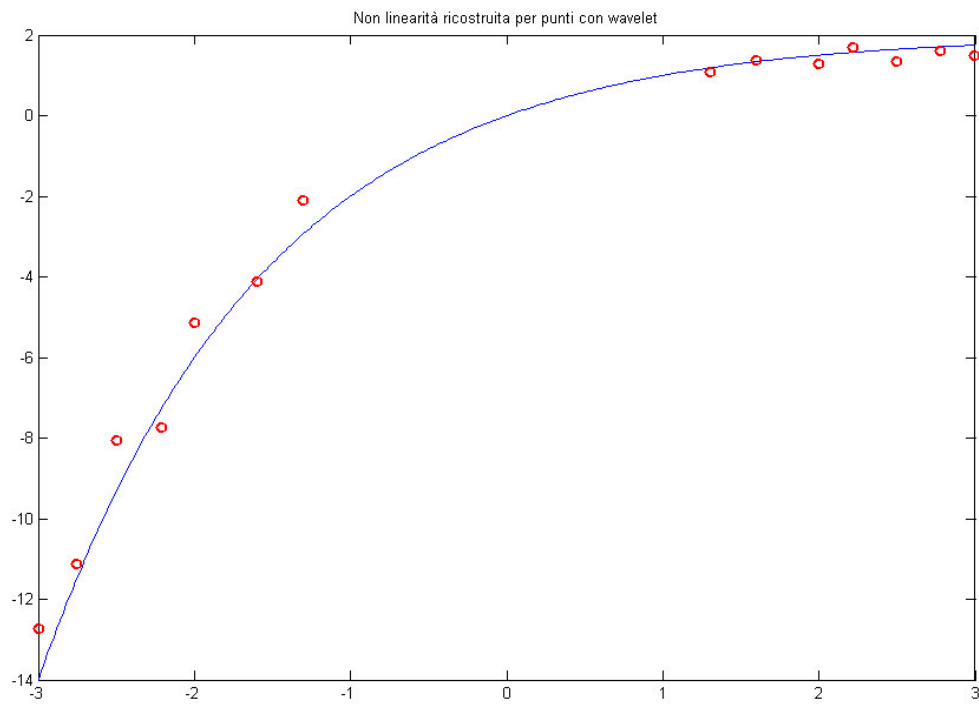


**Figura 7.37.** Ricostruzione della non linearità con FFT con soglia

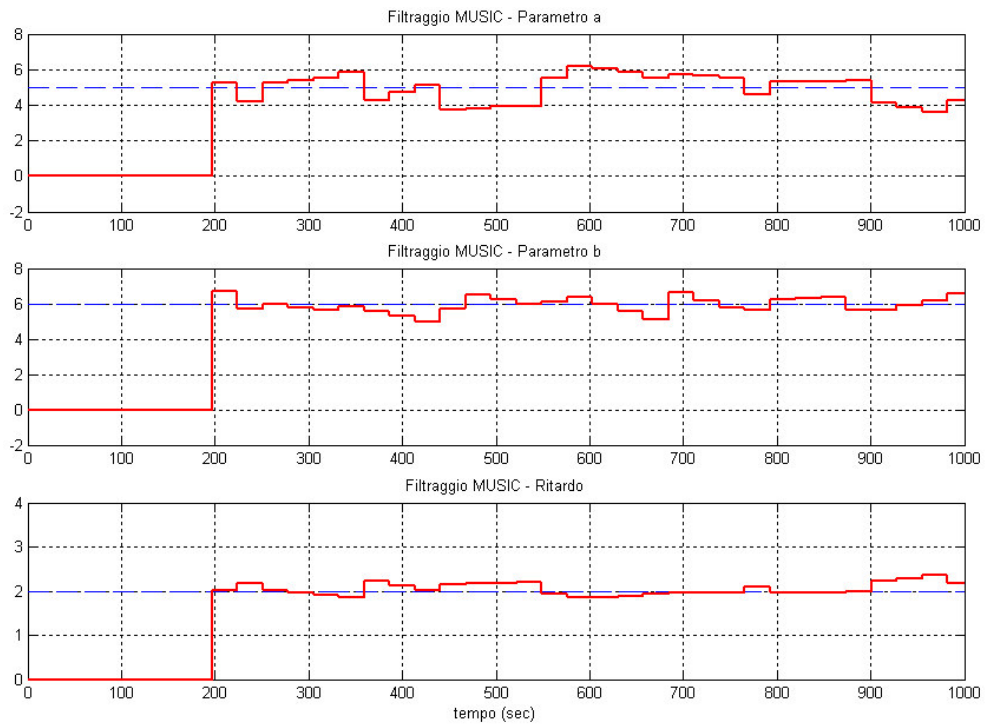




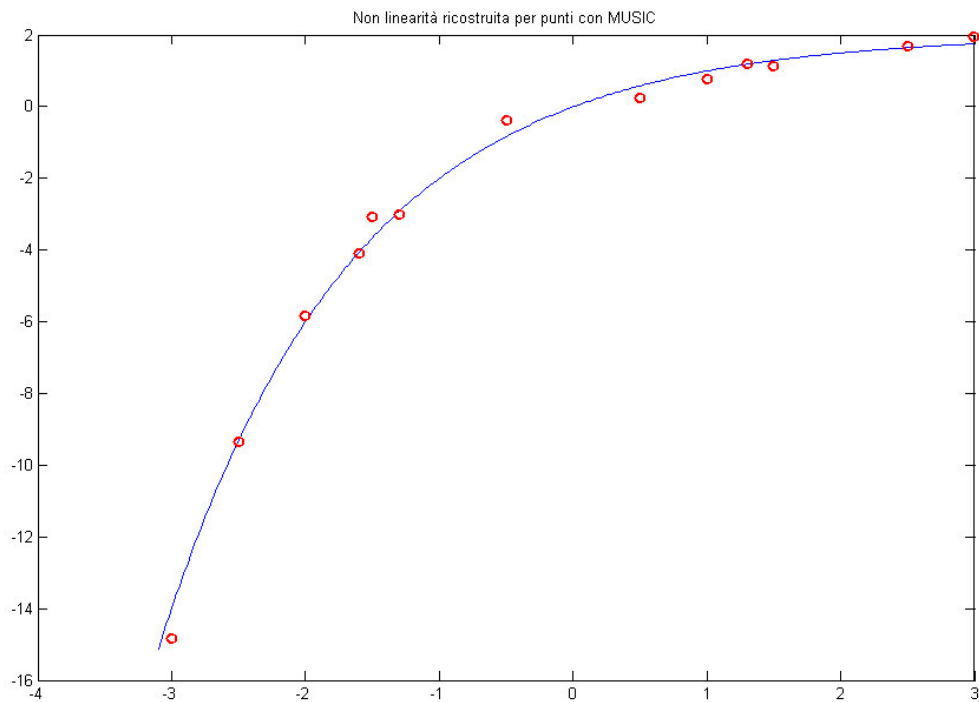
**Figura 7.38.** Stima dei parametri con wavelet



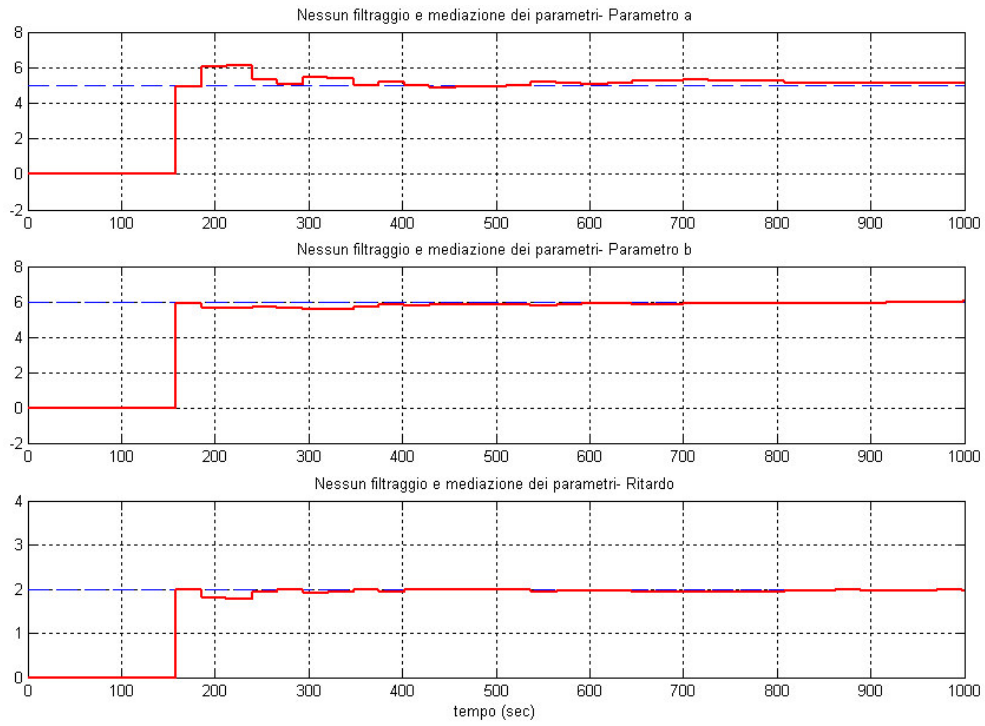
**Figura 7.39.** Ricostruzione della non linearità con wavelet



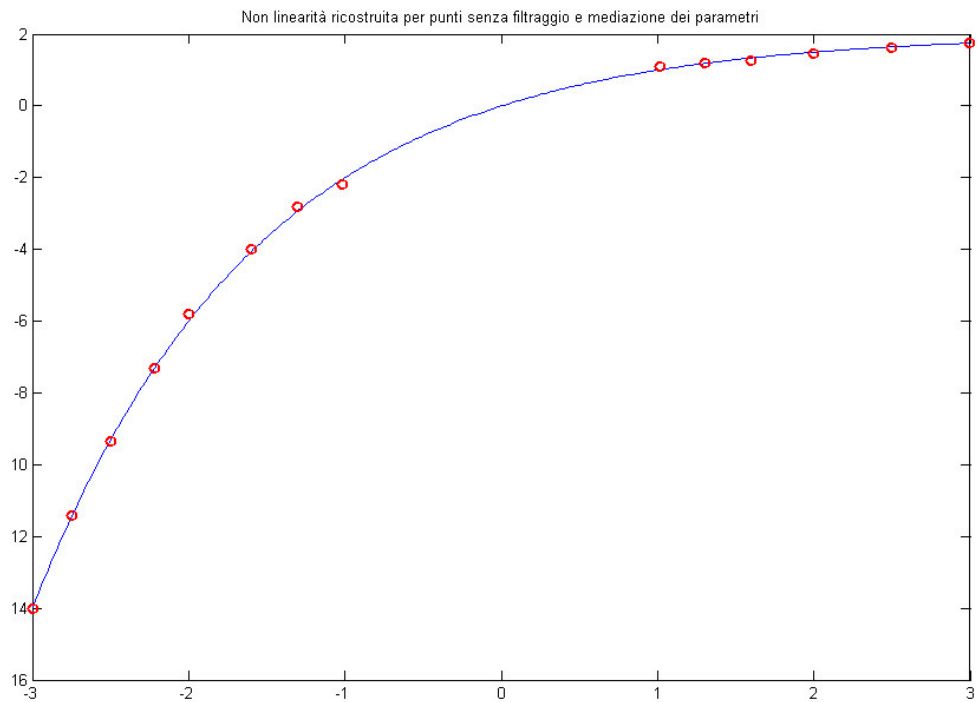
**Figura 7.40.** Stima dei parametri con MUSIC



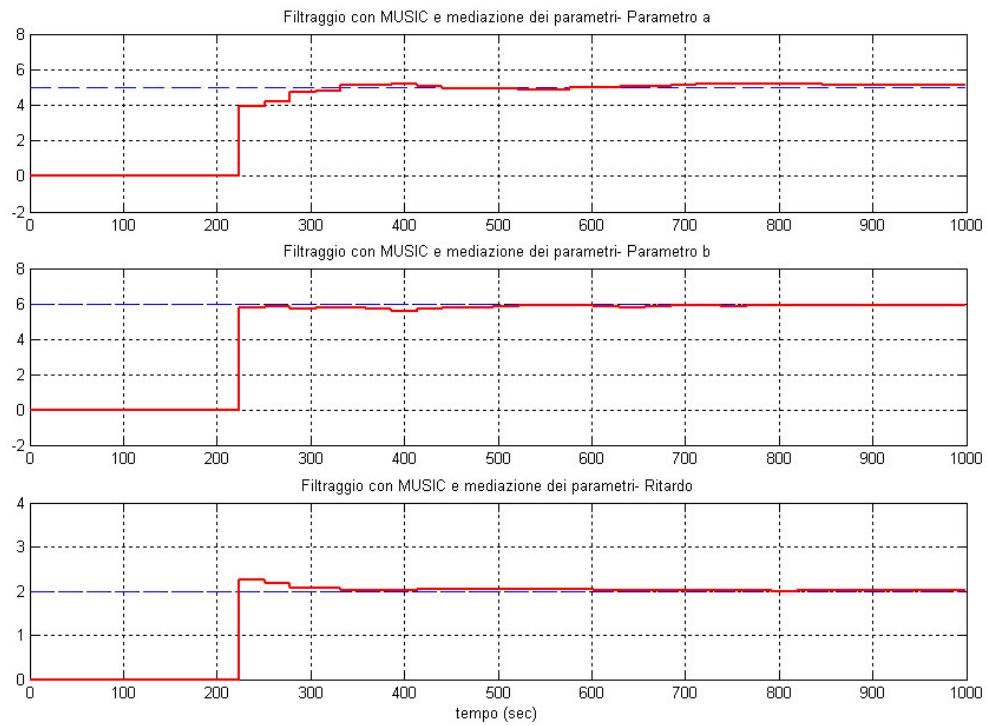
**Figura 7.41.** Ricostruzione della non linearità con MUSIC



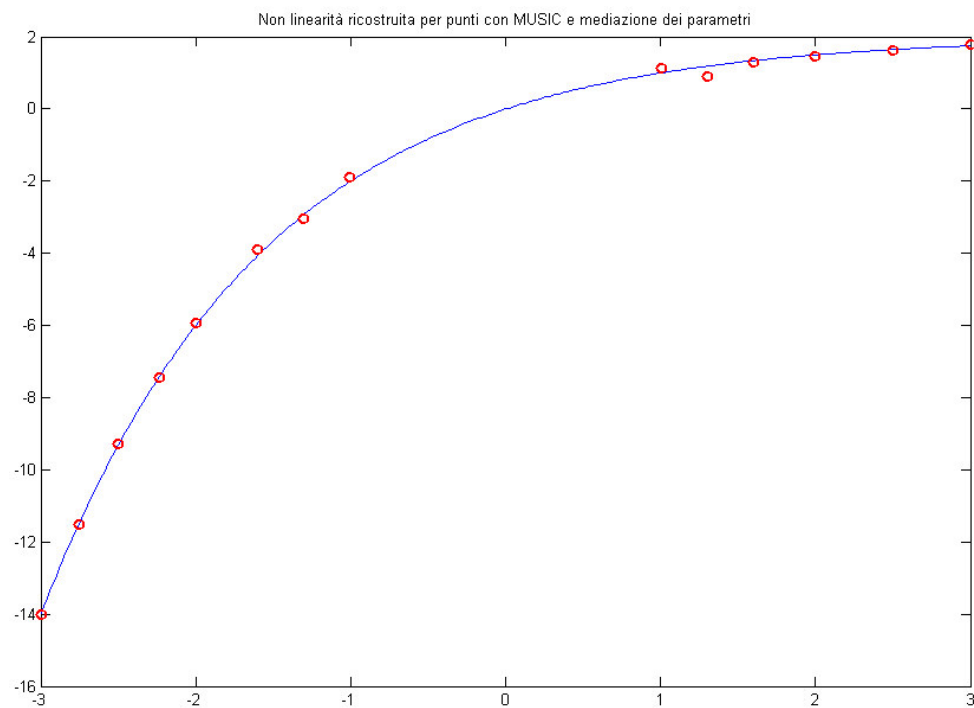
**Figura 7.42.** Stima dei parametri senza filtraggio e averaging



**Figura 7.43.** Ricostruzione della non linearità senza filtraggio e averaging



**Figura 7.44.** Stima dei parametri con MUSIC e averaging



**Figura 7.45.** Ricostruzione della non linearità con MUSIC e averaging

Filtraggio	a (=5)			b (=6)			ritardo (=2)		
	min	medio	max	min	medio	max	min	medio	max
Nessuno	-0.951	4.6216	7.3082	4.8989	5.9199	7.2484	1.5241	2.0571	3.1577
FFT N frequenze	3.3166	5.0063	6.1526	4.8717	5.9516	6.9361	1.7624	2.0125	2.3526
FFT con soglia	-5.699	1.0346	6.9852	-1.780	4.6110	6.6693	-2.276	2.6940	8.5555
Wavelet	0	5.6246	9.0302	4.6679	5.9694	7.4853	1.3340	1.9282	2.7102
MUSIC	3.6138	4.9799	6.1878	4.9731	5.9079	6.6556	1.8605	2.0405	2.3516
	<b>Valore finale</b>			<b>Valore finale</b>			<b>Valore finale</b>		
Nessuno + mediazione	5.1230			6.0008			1.9706		
MUSIC + mediazione	5.1210			5.9301			2.0194		

Assumendo un periodo di campionamento del rumore pari ad un secondo, si nota come i grafici per la nonlinearietà ricostruita si differenzino rispetto agli esempi precedenti. In particolar modo si osserva come prestazioni convincenti si ottengano utilizzando MUSIC e l'algoritmo FFT con soglia. Senza alcun tipo di filtraggio, invece, la ricostruzione non è più fedele alla realtà (cosa che invece accadeva con campionamento del rumore pari a 0.1 secondi). Inoltre, ancora una volta la combinazione nessun filtraggio e mediazione fornisce in pratica gli stessi risultati ottenuti con MUSIC e mediazione. Questo porta ad conclusione non scontata (ed estremamente interessante): in tutti i casi qui riportati l'errore introdotto con la ricostruzione del segnale da parte di MUSIC può essere considerato nullo oppure può essere assimilabile ad un processo a media nulla. Da ciò segue un'importante conseguenza: se si desidera stimare la media del rumore in uscita dal processo Hammerstein, è possibile ottenerla sottraendo il segnale ricostruito da quello rumoroso, ottenendo così il solo segnale rumore, di cui adesso è possibile calcolare il valor medio. Se inoltre la ricostruzione del segnale fosse replica fedele della versione non corrotta da rumore, sarebbe inoltre possibile stimare esattamente tutte le proprietà statistiche del segnale rumore ottenuto ancora una volta come differenza tra il segnale da filtrare da quello ricostruito.

## 7.4 Conclusioni

In questa tesi si è affrontato il tema dell'identificazione di sistemi non lineari di tipo Hammerstein utilizzando una tecnica di recente pubblicazione nota come cascade relè. L'identificazione con cascade relè appare molto precisa se i relè presenti sono ben tarati e se è possibile fare l'ipotesi di rumore nullo sul segnale da elaborare. Purtroppo, nei casi pratici, il rumore risulta inevitabilmente presente come disturbo comportando una degradazione delle stime ottenute. Si è però dimostrato come con opportune tecniche di analisi spettrale (FFT, Wavelet, MUSIC) sia possibile ridurre l'incidenza di tale rumore ripulendo almeno parzialmente il segnale dalla componente di disturbo; inoltre si è dimostrato come, in presenza di rumore a media nulla, i migliori risultati si ottengano utilizzando tali algoritmi ed utilizzando una tecnica nota come averaging che, periodo dopo periodo, effettua una sorta di mediazione del segnale. Inoltre, si è evidenziato come le migliori prestazioni si ottengano utilizzando MUSIC, permettendo di migliorare le stime soprattutto nel caso di rumore simulato con periodo di campionamento dell'ordine del secondo.