CAPITOLO 1

Sistemi Hammerstein-Wiener.

1.1. Introduzione.

Per poter trattare un qualunque sistema fisico con un approccio ingegneristico, è necessario disporre di un modello matematico del sistema, cioè di un insieme di relazioni matematiche che descrivano il suo funzionamento. In questo modo è possibile prevederne il comportamento sia qualitativamente che quantitativamente.

Per poter associare ad un sistema fisico un modello matematico bisogna anzitutto scegliere un tipo di modello che si ritiene possa corrispondere bene al sistema (*modellazione*); successivamente si deve adattare il modello allo specifico sistema a partire da misurazioni empiriche (*identificazione*); infine occorre valutare la bontà del modello ottenuto confrontandolo con il sistema reale (*validazione*).

In generale possiamo pensare a due approcci contrapposti che possono essere seguiti occupandosi del problema di modellare un sistema fisico.

Il primo prevede la deduzione del modello del sistema a partire da leggi fisiche generali, sfruttando la conoscenza che si ha della struttura del sistema stesso. Questo approccio è spesso detto *white box* o *a scatola trasparente*. In questo caso l'identificazione consiste nel ricavare, a partire da osservazioni sperimentali, parametri che hanno un preciso significato fisico. Questo è, ad esempio, quello che si fa quando si ricavano le equazioni costitutive di un circuito elettrico od elettronico a partire dalle sue componenti.

Il secondo approccio è del tutto opposto al primo. Infatti consiste nel modellare il sistema a partire dalle sole misurazioni dei suoi ingressi e delle sue uscite, senza nessuna specifica conoscenza della natura del sistema. Si parla in questo caso di approccio *black box* o *a scatola chiusa*. Chiaramente, non avendo informazioni sulla struttura del sistema, è necessario utilizzare un modello generico, che si ritiene, anche sulla base di precedenti esperienze, possa adattarsi sufficientemente bene al sistema. Nell'approccio *a scatola chiusa*, al prezzo di una peggiore precisione, si ha una maggiore semplicità. Infatti non è necessario studiare in dettaglio il sistema, ma si possono seguire delle procedure standard. Questo è particolarmente vantaggioso nel caso di sistema molto complessi.

Ovviamente nulla vieta di utilizzare un approccio misto, detto *grey box*: si segue un approccio di tipo *black box* sfruttando però una parziale conoscenza fisica del sistema.

Parlando dell'identificazione di sistemi fisici non possiamo non ricordare il problema del rumore. Infatti in ogni sistema, oltre ai fenomeni che lo caratterizzano e che vogliamo studiare, sono presenti altri fenomeni che comportano una deviazione del comportamento del sistema rispetto a quello "teorico" e che sono detti disturbi, o rumore. A titolo di esempio si possono citare il rumore termico nei sistemi elettrici ed elettronici e il rumore dovuto alla non idealità degli strumenti di misura (che è presente in tutti i casi). Le misure eseguito su sistemi fisici sono sempre affette da rumore, nel senso che non corrispondono esattamente al comportamento ideale del sistema, e questo complica i tentativi di identificazione. Si capisce che la robustezza al rumore è una caratteristica importante per un qualunque metodo di identificazione.

Praticamente tutti i sistemi fisici devono essere modellati come sistemi dinamici, cioè sistemi la cui uscita in un certo istante non dipende solo dall'ingresso in quell'istante, ma anche dallo stato iniziale del sistema e dall'andamento dall'ingresso a partire dall'istante iniziale. Gli strumenti matematici con cui vengono descritti i sistemi dinamici sono normalmente sistemi di equazioni differenziali (o di equazioni alle differenze, nel caso tempo discreto). Se queste sono lineari il sistema dinamico è detto lineare.

Ricordiamo che i sistemi dinamici possono avere un solo segnale di ingresso ed un solo segnale di uscita, nel qual caso sono detti sistemi SISO (Single Input, Single Output), oppure possono avere più ingressi e/o più uscite. Inoltre è possibile distinguere tra sistemi *tempo invarianti*, cioè sistemi la cui struttura rimane la stessa col passare del tempo, e sistemi *tempo varianti*, il cui comportamento può variare nel tempo. In questo lavoro saranno presi in considerazione solo sistemi SISO tempo invarianti.

Ogniqualvolta sia possibile, si cerca di usare un modello lineare, che è molto più semplice dal punto di vista dell'identificazione e, soprattutto, del controllo. Purtroppo la maggior parte dei sistemi fisici ha un comportamento non lineare. Spesso, quando il sistema ha un comportamento prevalentemente lineare e le non linearità possono essere viste come disturbi, si usa comunque un modello lineare approssimato (è il caso dei modelli lineari di sistemi elettrici); in molti casi è possibile considerare un modello lineare limitandosi a piccole variazioni delle grandezze fisiche in gioco intorno ad un punto di lavoro prefissato. Tuttavia, se si vuole ottenere un modello che sia ben aderente al sistema fisico, è necessario concentrarsi su un modello non lineare.

Trattare un sistema dinamico non lineare generico è un compito di grande difficoltà, perciò di solito ci si limita a considerare specifiche classi di sistemi non lineari. Una di queste classi è quella dei sistemi a blocchi, caratterizzati da particolari sequenze di blocchi non lineari statici (nel senso che la loro uscita in un certo istante è determinata univocamente dal valore del loro ingresso in quell'istante) e di blocchi dinamici lineari, posti in cascata. Questo tipo di modello approssima piuttosto bene sistemi fisici non lineari usati in molti campi dell'ingegneria, dai sistemi di telecomunicazione ai processi chimici. Inoltre si prestano particolarmente bene al settore dell'automazione, visto che con i vari blocchi è possibile schematizzare separatamente le non linearità dovute ad attuatori, sensori, impianto, e così via.

Un problema legato a tutti i sistemi a blocchi è che, in generale, esistono infiniti insiemi di parametri che forniscono la stessa relazione ingresso/uscita per il sistema. Infatti modificando i parametri in modo da moltiplicare le uscite dei vari blocchi per opportune costanti (ovvero modificando i “guadagni” dei blocchi), si possono ottenere infiniti sistemi che, partendo da un certo ingresso forniscono la stessa uscita per il sistema complessivo, anche se le uscite dei singoli blocchi sono diverse. Consideriamo ad esempio un sistema formato da un blocco non lineare statico di tipo polinomiale seguito da un blocco lineare dinamico. Se si moltiplicassero tutti i coefficienti polinomiali del primo blocco per una costante A, e si modificasse il secondo blocco in modo tale che il suo guadagno statico sia moltiplicato per l’inverso di A, l’uscita del primo blocco sarebbe moltiplicata per A (rispetto a quella del sistema “originale”), ma l’uscita del sistema resterebbe la stessa. Quindi, per avere una parametrizzazione univoca del sistema, e per evitare problemi numerici (ad esempio un algoritmo di identificazione potrebbe trovare per un blocco coefficienti molto piccoli e per un altro coefficienti molto grandi), è opportuno normalizzare i “guadagni” di tutti i blocchi, tranne uno, che si ricava univocamente dagli altri, facendo per ciascun blocco opportune posizioni.

Nel seguito illustreremo in dettaglio i principali tipi di sistemi dinamici non lineari a blocchi, cioè i sistemi di tipo Hammerstein, i sistemi di tipo Wiener ed i sistemi misti Hammerstein-Wiener e Wiener-Hammerstein. Riguardo all’identificazione di sistemi in generale, esistono diversi testi specialistici a cui fare riferimento, tra i quali possiamo consigliare [16] e [13].

1.2. Sistemi Hammerstein.

Un sistema dinamico non lineare a blocchi è detto di tipo Hammerstein quando è costituito da un blocco non lineare statico seguito da un blocco lineare dinamico, come descritto in Figura 1.1, dove la *G(s)* rappresenta la funzione di trasferimento nel dominio della trasformata di Laplace associata al blocco lineare.

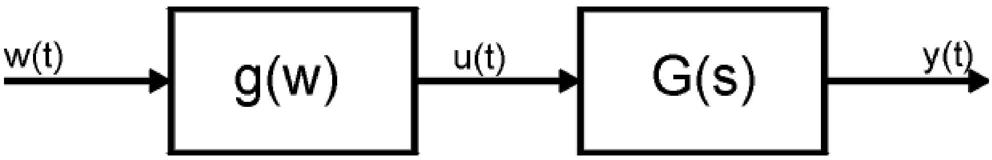

Figura 1.1. Sistema Hammerstein

Questo genere di sistema è caratterizzato da una particolare semplicità, che unita al fatto di poter ben modellare molti sistemi fisici, lo rende molto utile ed usato. Riferendoci al campo dell'automazione, la *g(w)* può rappresentare i fenomeni non lineari legati all'attuatore. Tra i vari ambiti in cui i sistemi Hammerstein possono essere utilizzati con successo possiamo, ad esempio, citare l'identificazione di convertitori DC/DC di tipo switching.

Il problema principale, dal punto di vista dell'identificazione, è che solo i segnali *w* e *y* (riferendosi alla Figura 1.1) sono misurabili, mentre il segnale *u* non è direttamente disponibile. Pertanto non è possibile stimare direttamente i parametri che contraddistinguono i due blocchi a partire dal loro ingresso e dalla loro uscita, ma è necessario seguire approcci diversi. Spesso si considera nota la struttura della non linearità, allo scopo di semplificare il problema dell'identificazione; una struttura molto usata è quella polinomiale, che ha il vantaggio di essere lineare nei coefficienti e di approssimare bene (purché si usi un polinomio di grado sufficientemente elevato) un'ampia classe di funzioni.

I primi lavori che si sono occupati del problema di identificare sistemi di tipo Hammerstein risalgono agli anni ’60, si veda in particolare [14]. In seguito si è sviluppata una letteratura molto ampia riguardo a questo argomento. Tra i molti lavori possiamo citare [9] , [17], [8]. Una tecnica interessante, che può essere usata anche per identificare sistemi Hammerstein (cfr. paragrafo 2.6), è quella della funzioni modulanti descritta al capitolo 2.

1.3. Sistemi Wiener.

Un sistema dinamico non lineare a blocchi è detto di tipo Wiener quando è costituito da un blocco lineare dinamico seguito da un blocco non lineare statico, come descritto in Figura 1.2, dove la *G(s)* rappresenta la funzione di trasferimento nel dominio della trasformata di Laplace relativa al blocco lineare.

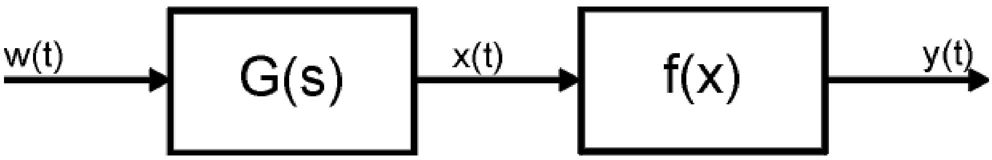

Figura 1.2. Sistema Wiener

I sistemi di tipo Wiener, come quelli Hammerstein, sono caratterizzati dalla loro semplicità e dalla possibilità di essere utilizzati fruttuosamente in molte situazioni. Anche per i sistemi Wiener il segnale che collega i due blocchi non è direttamente misurabile. Tuttavia in questo caso ci sono delle difficoltà in più. Ad esempio spesso, nell’identificazione di sistemi Hammerstein, si suppone che la non linearità sia un polinomio del quale bisogna ricavare i coefficienti; questo semplifica molto l’identificazione. Nel caso di sistemi Wiener, una posizione del genere renderebbe molto complicato ricavare i parametri della parte non lineare a partire dalla misurazione di ingressi ed uscite.

Nella letteratura esistono diversi lavori che si occupano dell’identificazione dei parametri per sistemi Wiener; si vedano ad esempio [11], [10], [4].

1.4. Sistemi Wiener-Hammerstein.

Un sistema dinamico non lineare a blocchi è detto di tipo Wiener-Hammerstein (LNL) quando è costituito da un blocco non lineare statico seguito e preceduto da due blocchi lineari dinamici, come illustrato in Figura 1.3, dove $G_1(s)$ e $G_2(s)$ sono le funzioni di trasferimento nel dominio della trasformata di Laplace relative ai due blocchi lineari.

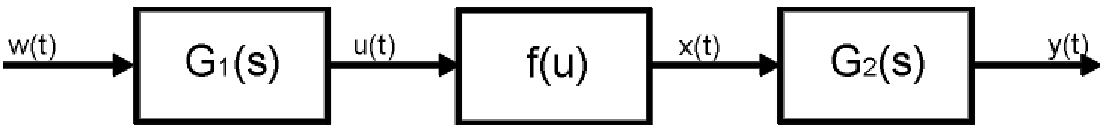

Figura 1.3. Sistema Wiener-Hammerstein

Un sistema Wiener-Hammerstein può essere visto come un sistema di tipo Wiener seguito, in cascata, da un sistema di tipo Hammerstein, in cui le due non linearità sono fuse in una sola (cioè *f(u)* è la composizione delle due funzioni non lineari statiche).

Come per i sistemi Hammerstein e i sistemi Wiener, riferendoci alla Figura 1.3, solo i segnali di ingresso e di uscita del sistema (risp. *w* e *y*) sono misurabili, ma stavolta i segnali non disponibili sono due: *u* e *y*. E’ chiaro, quindi, che l’identificazione di sistemi Wiener-Hammerstein è più difficile rispetto a quella di sistemi semplici di tipo Hammerstein o Wiener.

Tra i lavori che si occupano dell’identificazione di sistemi Wiener-Hammerstein possiamo citare [7] oppure [6].

1.5. Sistemi Hammerstein-Wiener.

Un sistema dinamico non lineare a blocchi è detto di tipo Hammerstein-Wiener (NLN) quando è costituito da un blocco lineare dinamico seguito e preceduto da due blocchi non lineari statici, come illustrato in Figura 1.4, dove *G(s)* è la funzione di trasferimento nel dominio della trasformata di Laplace che descrive il blocco lineare.

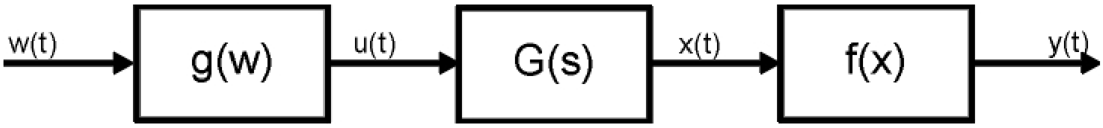

Figura 1.4. Sistema Hammerstein-Wiener

Un sistema misto Hammerstein-Wiener è equivalente ad un sistema Hammerstein seguito, in cascata, da un sistema Wiener e le cui parti lineari sono fuse insieme (cioè *G(s)* è il prodotto delle due f.d.t.). Si può notare che i sistemi di tipo Hammerstein-Wiener sono una generalizzazione sia dei sistemi Hammerstein che dei sistemi Wiener; infatti considerando il caso particolare in cui la *g(w)* (risp. la *f(x)*) sia lineare abbiamo in realtà un sistema Wiener (risp. Hammerstein). Perciò ogni sistema modellabile con un sistema Wiener o con un sistema Hammerstein è a maggior ragione modellabile con un sistema Hammerstein-Wiener. Riferendoci al caso di un sistema di controllo, si può interpretare la *g(w)* come una non linearità relativa all'attuatore, mentre si può considerare la *f(x)* come un termine che tiene conto dei fenomeni non lineari del processo.

Quello dell'identificazione di sistemi misti Hammerstein-Wiener è un problema di difficile risoluzione. Infatti, come per i sistemi Wiener-Hammerstein (LNL), ci sono due segnali (*u* e *x* in Figura 1.4) che non sono direttamente accessibili, ma con una difficoltà in più: mentre nel caso LNL le relazioni tra i segnali "nascosti" e quelli accessibili sono di tipo lineare (anche se costituite da sistemi dinamici), nei sistemi NLN queste relazioni non sono lineari. Dato che il segnale di ingresso viene imposto

dall'esterno, è chiaro che il modo di procedere più naturale è identificare il sistema a partire dalle sole misurazione dell'uscita. In questo senso è molto importante ipotizzare che la non linearità sull'uscita ($f(x)$) sia invertibile, in modo da avere la possibilità di ricostruire il segnale x a partire dall'uscita del sistema; diversamente l'identificazione di un sistema di questa classe sarebbe particolarmente problematica.
In effetti, in letteratura, non esistono lavori che affrontano il problema in modo risolutivo, se non considerando sistemi molto particolari, fino ad anni recenti. Un metodo di un certo interesse, presentato in [18], stima i parametri di modello minimizzando una funzione di costo attraverso un algoritmo di rilassamento; vengono, per ogni iterazione, calcolati separatamente i parametri relativi ai diversi blocchi. Le varie minimizzazioni sono riconducibili a problemi lineari di minimizzazione nel senso dei minimi quadrati. La convergenza alla soluzione è garantita solo localmente. Una altro approccio degno di attenzione al problema si ha in [12], dove si costruisce un particolare segnale di ingresso per cercare di ricondurre il problema a quello dell'identificazione di un sistema Wiener. Una soluzione molto interessante è proposta in [2], in cui si stimano i parametri del sistema Hammerstein-Wiener, campionato, basandosi sul sovracampionamento del segnale di uscita rispetto a quello di ingresso. Nel seguito questo lavoro sarà esaminato più in dettaglio, in particolare nel capitolo 3.