

Capitolo 2

Gestione dati

La gestione dei dati consiste principalmente in due fasi: l'acquisizione dei dati e la loro elaborazione.

2.1 Acquisizione dati

L'elemento fondamentale di questa operazione è il trasduttore che opera una trasformazione tra grandezze fisiche diverse, ovvero trasforma la misura del fenomeno fisico di interesse in un segnale elettrico, secondo una relazione nota tra le quantità in ingresso e in uscita.

Al trasduttore occorre associare un condizionatore, il quale ha il compito di limitare gli errori introdotti dalla non linearità e dalle distorsioni e sul quale possiamo agire per modificare la costante di proporzionalità tra la grandezza misurata e la tensione in uscita.

Nella fase di acquisizione si converte il segnale elettrico in un segnale digitale.

La digitalizzazione consiste di due fasi :

1-il campionamento;

2-la quantizzazione.

2.1.1 Campionamento

Il campionamento consiste nel trasformare il segnale nel tempo $x(t)$ in una serie temporale $x(i)$, cioè in una serie di numeri legati al valore istantaneo del segnale in istanti equidistanziati di tempo.

Il segnale da campionare viene moltiplicato per una funzione di campionamento la quale assume i seguenti valori:

$$\begin{cases} 1 & \text{per tutti gli istanti } nt_s, \text{ multipli del periodo di campionamento } t_s \\ 0 & \text{in tutti gli altri istanti} \end{cases}$$

Il reciproco di t_s è la frequenza di campionamento, $f_s = 1/t_s$.

Si riportano i teoremi di campionamento nel dominio del tempo e della frequenza.

Teorema del campionamento nel dominio delle frequenze

Si prende una registrazione campione $x(t)$, definita in $0 \leq t \leq T$, e 0 altrove.

Esiste la trasformata di Fourier di $x(t)$:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi t} dt \quad [2.1]$$

Se si ripete indefinitamente nel tempo la $x(t)$ si ottiene una funzione periodica di periodo T , che può essere espressa con la serie di Fourier con frequenza fondamentale $f_0=1/T$:

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n \cdot e^{j2\pi \cdot n f_0 t} \quad [2.2]$$

$$\text{dove } c_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot e^{-j2\pi \cdot n f_0 t} dt$$

Se sono noti i valori della trasformata di Fourier della $x(t)$ in corrispondenza di multipli interi di $f_0=1/T$, allora :

$$X(n f_0) = \int_0^T x(t) \cdot e^{-j2\pi \cdot n f_0 t} dt = T c_n \quad [2.3]$$

La relazione [2.3] permette di calcolare i valori dei coefficienti c_n , con la conoscenza dei quali possiamo ricostruire la $x(t)$.

Per tale operazione è sufficiente conoscere la $X(f)$ in corrispondenza di valori della frequenza distanti tra loro della quantità $f_0=1/T$.

L'intervallo $f_0=1/T$ prende il nome di cointervallo di Nyquist.

Teorema del campionamento nel dominio del tempo

Si assume una registrazione campione $x(t)$, per la quale esiste la trasformata di Fourier di $x(t)$ definita solo in $-B \leq f \leq B$, con $2B$ definito come intervallo di banda in esame.

La $x(t)$ è data dall'inversa di Fourier :

$$x(t) = \int_{-B}^B X(f) \cdot e^{j2\pi \cdot f t} df \quad [2.4]$$

Supponendo di ripetere la $X(f)$ nel dominio delle frequenze in modo da ottenere una funzione periodica della f , con periodo $2B$, ricavando la:

$$X(f) = \sum_{-\infty}^{\infty} d_n \cdot e^{-j2\pi \cdot nf/2B} \quad [2.5]$$

con

$$d_n = \frac{1}{2B} \int_{-B}^B X(f) \cdot e^{j2\pi \cdot nf/2B} df \quad [2.5. bis]$$

Se $x(t)$ è nota in corrispondenza di istanti di tempo separati dall'intervallo $1/2B$, allora per un generico istante $t_n = n/2b$ si ha:

$$x\left(\frac{n}{2B}\right) = \int_{-B}^B X(f) \cdot e^{j2\pi \cdot nf/2B} df = 2B d_n \quad [2.6]$$

La relazione [2.6] permette di calcolare i valori dei coefficienti d_n , con la conoscenza dei quali possiamo ricostruire la $X(f)$.

Per tale operazione è sufficiente conoscere la $x(t)$ in corrispondenza di punti separati dall'intervallo $1/2B$, intervallo che prende il nome di intervallo di Nyquist.

Se $x(t)$ e $X(f)$ esistono e sono definite rispettivamente in $0 \leq t \leq T$ e $-B \leq f \leq B$, cosa impossibile nella realtà, ma a cui ci si avvicina utilizzando filtri passa banda, allora è sufficiente campionare una delle funzioni in un numero limitato N di punti per conoscere completamente l'altra:

$$\text{Campionamento nel dominio del tempo} \quad N = \frac{T}{1/2B} = 2BT \quad [2.7]$$

$$\text{Campionamento nel dominio delle frequenze} \quad N = \frac{2B}{1/T} = 2BT \quad [2.8]$$

Il campionamento dei segnali analogici si esegue ad intervalli di tempo Δt , ed il numero minimo di campioni discreti necessari per descrivere una registrazione temporale di lunghezza T e di banda passante B è: $N = 2BT$

Il massimo intervallo di campionamento è: $\Delta t = T/N = 1/2B$

L'uso di punti di campionamento con distanza inferiore a $1/2B$ fornisce risultanti ridondanti con inutile appesantimento dei calcoli.

2.1.2 Aliasing

L'aliasing è un fenomeno inerente a tutti i processi digitali preceduti dall'operazione di conversione analogico-digitale.

Consiste nella possibilità di confondere una storia temporale con una frequenza f , campionata ad intervalli regolari $\Delta t = t_s = 1/f_s$, con altre storie temporali a frequenze f diverse.

In particolare i dati aventi frequenza f , quando vengono campionati con

$f_s = 2 \cdot f$ possono essere confusi con dati aventi le frequenze $nf_s \pm f$, causando

l'alterazione della forma reale degli autospettri, se si estendono a frequenze superiori a quella di Nyquist, definita come $f_s / 2$.

La figura 2-1 mostra che con un dato numero di campioni, (o), la funzione f (linea nera), può essere confusa con le funzioni f_s+f (linea blu) e f_s-f (linea rossa).

Il teorema di Shannon stabilisce che la f_s deve essere almeno doppia della massima frequenza per cui esiste energia nello spettro del segnale.

Il solo modo pratico per evitare l'errore di aliasing consiste nell'eliminare dai dati analogici tutte le informazioni a frequenze superiori a quella di Nyquist,utilizzando i filtri antialiasing, filtri analogici passa basso che eliminano il contenuto di segnale di frequenza superiore alla frequenza di Nyquist, con l'avvertenza di porre la frequenza di taglio ad un valore tra il 70 e l'80 % di $f_{nyquist}$ per ovviare al fatto che la risposta dei filtri non è rettangolare, ma presenta invece una certa pendenza in corrispondenza della frequenza di taglio.

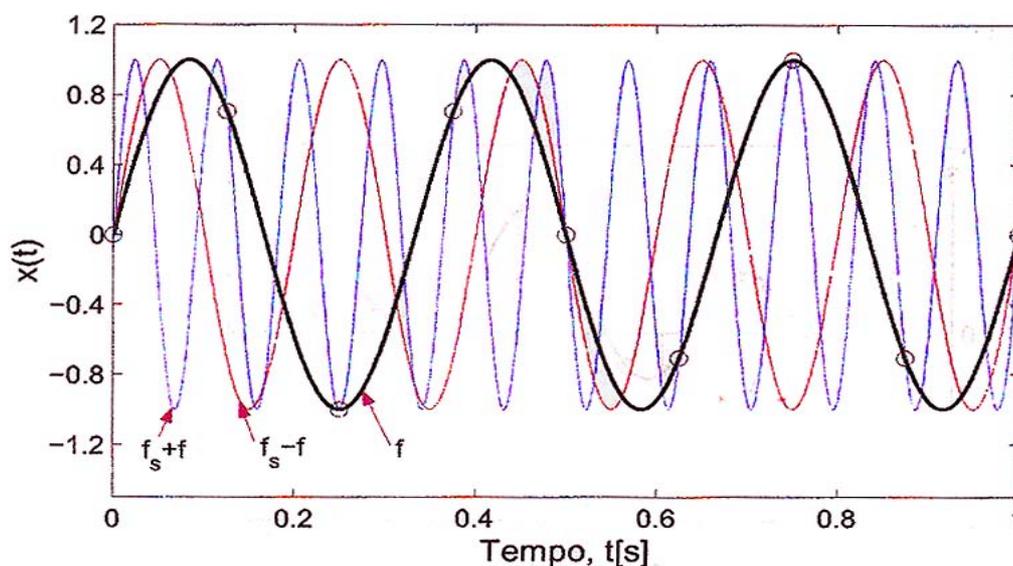


Figura 2- 1 Esempio di aliasing (da [1])

2.1.3 Quantizzazione

L'operazione di quantizzazione suddivide l'intervallo di validità della $x(t)$ in un numero finito di intervalli, detti di quantizzazione, a ciascuno dei quali corrisponde un valore q_n , ovvero ad ogni valore di x_n campionato corrisponde il valore q_n .

La discretizzazione introdotta con la quantizzazione produce l'errore di quantizzazione e_q , tanto più piccolo quanto più grande è il numero degli intervalli, che varia nell'intervallo $-0.5\Delta x \leq e_q \leq 0.5\Delta x$, con Δx incremento di quantizzazione.

Se si suppone l'errore uniformemente distribuito, la densità di probabilità è simmetrica rispetto a $e_q=0$, che rappresenta il valore medio di e_q , quindi la deviazione standard vale:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{12}}\Delta x \approx 0.289 \Delta x \quad [2.11]$$

Rappresenta anche il valore rms dell'errore e può essere interpretato come rumore sovrapposto al segnale desiderato.

Si determina il rapporto che esiste tra il valore corrispondente al picco del segnale ed il rumore, rappresentato dalla deviazione standard, avendo indicato con L il numero di livelli di quantizzazione:

$$\frac{L \cdot \Delta x}{\sigma_e} = \frac{L}{0.289} \quad [2.12]$$

I convertitori analogico-digitali producono un'uscita digitale in forma binaria, pertanto L può essere espresso in funzione dei valori binari (bit) prodotti.

Un convertitore a 12 bit ha 2^{12} livelli disponibili e presenta un rapporto segnale-errore pari a circa 83 dB, ovvero l'errore di quantizzazione è di solito trascurabile, ma è bene utilizzare convertitori che forniscano la massima risoluzione possibile, con la massima frequenza di campionamento.

Se il convertitore opera su più canali, si divide la massima frequenza per il numero di canali.

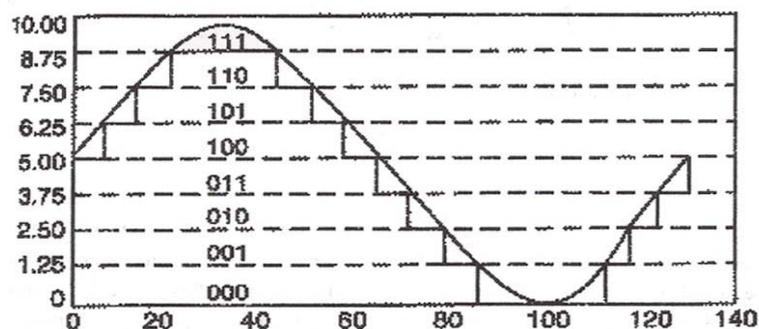


Figura 2- 2 Esempio di quantizzazione (da[2])

2.2 Elaborazione dati digitalizzati

La diagnosi del malfunzionamento della macchine si basa sull'uso di vari fenomeni.

In generale, mediante una analisi condotta nel dominio del tempo è possibile riconoscere la progressione di un deterioramento in atto, ma non risulta agevole determinarne la natura.

Per la rivelazione di difetti si ottiene informazioni più utili attraverso l'analisi in frequenza.

Dall'esame dello spettro del segnale prelevato da un impianto comprendente vari organi meccanici, si evidenziano i picchi caratteristici corrispondenti alle condizioni di funzionamento di tali organi.

Tali picchi possono essere presi come valori di riferimento per successivi scopi diagnostici.

Se l'impianto funziona correttamente, l'ampiezza di tali componenti si mantiene costante, ma quando un difetto della struttura inizia a propagarsi, si assiste ad un aumento in ampiezza delle componenti spettrali relative al difetto.

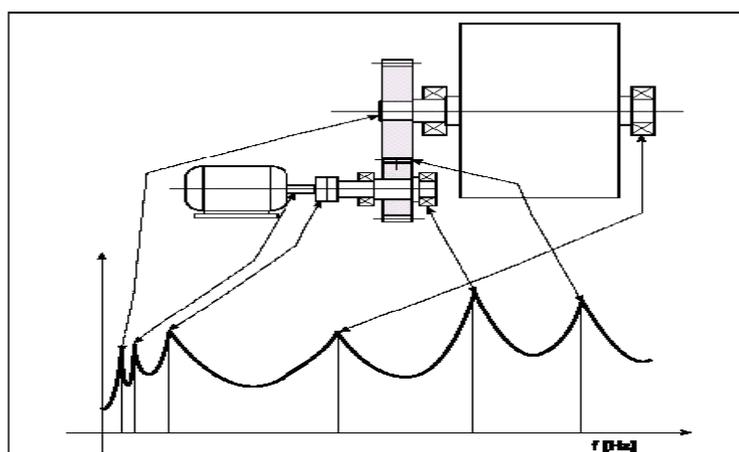


Figura 2- 3 (DA[1])

Quindi dall'analisi di spettri ottenuti in istanti successivi, si nota la propagazione di un difetto qualora si abbia in corrispondenza della componente caratteristica di tale difetto, un aumento dell'ampiezza, come mostrato dalla successiva figura 2.5 in cui viene evidenziato l'aumento del picco in corrispondenza di 135 Hz nel tempo.

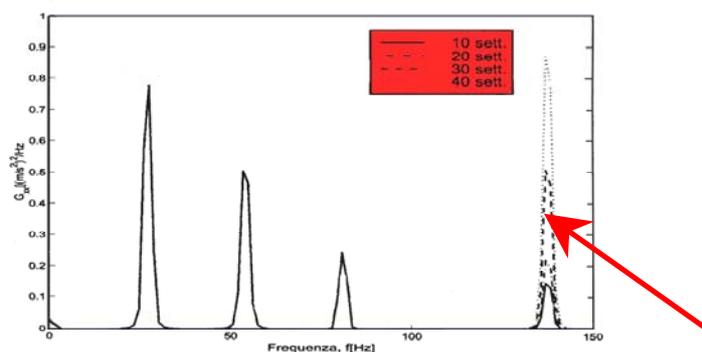


Figura 2- 4(DA[1])

Se il sistema in esame presenta una struttura di rotismi complicata, l'identificazione delle bande laterali, che in molti casi sono la principale fonte di informazione del difetto, risulta difficile per l'elevato numero delle componenti spettrali.

2.2.1 DFT

L'analisi dei segnali campionati deve essere relativa ad un numero finito di elementi della serie temporale.

Occorre ridurre la trasformata di Fourier ad un intervallo finito e adattata alle serie temporali.

Si definisce la DFT trasformata discreta di Fourier :

$$X(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X(i) \cdot e^{-2\pi i kn/N} \quad [2.13]$$

dove N sono i dati (campioni) della serie distanziati nel tempo di un intervallo $\Delta t = t_s$, k è l'indice della trasformata discreta ed n è l'indice della serie temporale.

La lunghezza totale della registrazione rappresentata dai dati campionati è:

$$T_s = N t_s \quad [2.14]$$

e la frequenza di Nyquist risulta pari a:

$$f_{\text{nyquist}} = 1/2 t_s. \quad [2.15]$$

L'uso della DFT significa trasformare un segmento di segnale di durata T_s ottenendo uno spettro discretizzato in $N/2$ componenti complesse ad una distanza pari a : f_{nyquist}/N hertz.

Se il segnale da analizzare è un transitorio ed è completamente contenuto nella finestra di analisi, l'effetto della DFT è pressoché nullo.

Se invece il segnale è continuo, viene troncato agli estremi della finestra di campionamento di durata T_s , il che equivale a rendere il segnale periodico, con periodo T_s .

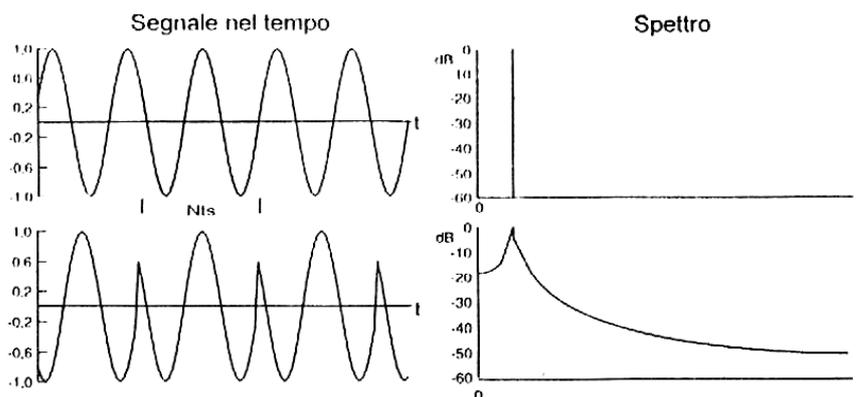


Figura 2- 5 effetto troncamento (da [2])

L'effetto del troncamento produce una energia non più concentrata su di un'unica riga, ma un'energia che si distribuisce sulle righe vicine, con l'effetto di generare un fenomeno di dispersione di energia, conosciuto con il nome di leakage, di dispersione della potenza del segnale su frequenze prossime alla fondamentale, tanto più accentuato se il segnale in esame non è periodico ed ogni lunghezza T del campione comporta una discontinuità nella replica dei segmenti di lunghezza T .

Per ridurre gli effetti del troncamento si utilizzano opportune funzioni "finestra" che moltiplicano il segnale analizzato, riducendone l'ampiezza e quindi la discontinuità agli estremi della stessa finestra di analisi.

2.2.2 Finestre di analisi

Si prende una funzione campione $x(t)$ che si estende indefinitamente nel tempo.

Per averne una porzione limitata nell'intervallo $0 \leq t \leq T$, si moltiplica la funzione per la

funzione "finestra rettangolare" definita come:
$$w(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad [2.16]$$

il cui risultato fornisce una registrazione campione di lunghezza finita.

La trasformata di Fourier della finestra rettangolare è pari a:

$$W(f) = \frac{1}{2\pi \cdot f} \left[\sin 2\pi \cdot fT + j(\cos 2\pi \cdot fT - 1) \right] \quad [2.17]$$

di ampiezza e fase pari, rispettivamente a:
$$\begin{cases} |W(f)| = \frac{1}{2\pi} \sqrt{2 \cdot (1 - \cos 2\pi \cdot fT)} \\ \varphi = \tan^{-1} \frac{\cos 2\pi \cdot fT - 1}{\sin 2\pi \cdot fT} \end{cases} \quad [2.18]$$

L'ampiezza della trasformata del prodotto $x(t)\omega(t)$ si annulla quando $f = \frac{k}{T} \pm f_0$ con f_0 frequenza della $x(t)$ e k intero e la risoluzione in frequenza per un campione di lunghezza T è pari a $\Delta f = 1/T$.

Pertanto i valori della trasformata del prodotto $x(t)\omega(t)$ sono definiti per $f = \frac{n}{T}$, con n intero.

Tutto ciò ci dice che se vogliamo che i valori della trasformata siano tutti nulli ad eccezione che per $f = f_0$, occorre che sia $f_0 = \frac{r}{T}$, con r intero, ovvero che la lunghezza del campione sia pari ad un multiplo intero del periodo T del segnale.

In caso contrario si hanno valori della trasformata diversi da zero, per valori diversi da f_0 , ossia siamo in presenza di leakage.

Per il teorema della convoluzione, la finestra può esser applicata calcolando nel dominio del tempo la convoluzione tra lo spettro del segnale non ponderato e la trasformata di Fourier della funzione finestra.

Gli effetti delle finestre di ponderazione sono:

- Ridurre i fenomeni di dispersione di energia;
- Peggiorare la selettività nei casi ideali;
- Necessità di correzione sulle densità spettrali di potenza.

Esistono casi tali da sconsigliare l'utilizzo di finestre antileakage diverse dalla finestra rettangolare

- Quando il segnale è periodico con un periodo tale che un numero intero di periodi sia contenuto nella finestra di analisi. Caso che si verifica quando la frequenza di campionamento è legata al fenomeno che si sta esaminando. (esempio dell'uso di una ruota fonica per ricavare una frequenza di campionamento multipla della frequenza di rotazione in un'analisi del rumore prodotto da un organo rotante);
- Quando il segnale è transiente ed esiste solo nella finestra di analisi, mentre è nullo al di fuori di essa;
- Quando il segnale è sintetizzato in modo da avere energia solo in corrispondenza delle righe dello spettro ricavato con la DFT.

Le finestre antileakage comunemente più utilizzate sono:

$$\text{Hanning} \quad w_{\text{hn}} = 0.5 \cdot \left(1 - \cos 2\pi \frac{t}{T} \right) \quad [2.19]$$

$$\text{Hamming} \quad w_{\text{hm}} = 0.54 - 0.46 \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T} \quad [2.20]$$

$$\text{Blackman} \quad w_{\text{hm}} = 0.42 - 0.5 \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T} + 0.08 \cdot \cos 4\pi \frac{t}{T} \quad [2.21]$$

La trasformata di Fourier della finestra di Hanning è pari a:

$$W(f) = j \frac{1}{4\pi \cdot f (1 - f^2 T^2)} \left[e^{-j2\pi \cdot fT} - 1 \right] \quad [2.22]$$

Dal confronto dell'efficacia della finestra di Hanning nei confronti della finestra rettangolare (finestra implicita nella DFT), si evidenzia come entrambe presentino lobi che si annullano ad intervalli pari a $\Delta f = 1/T$.

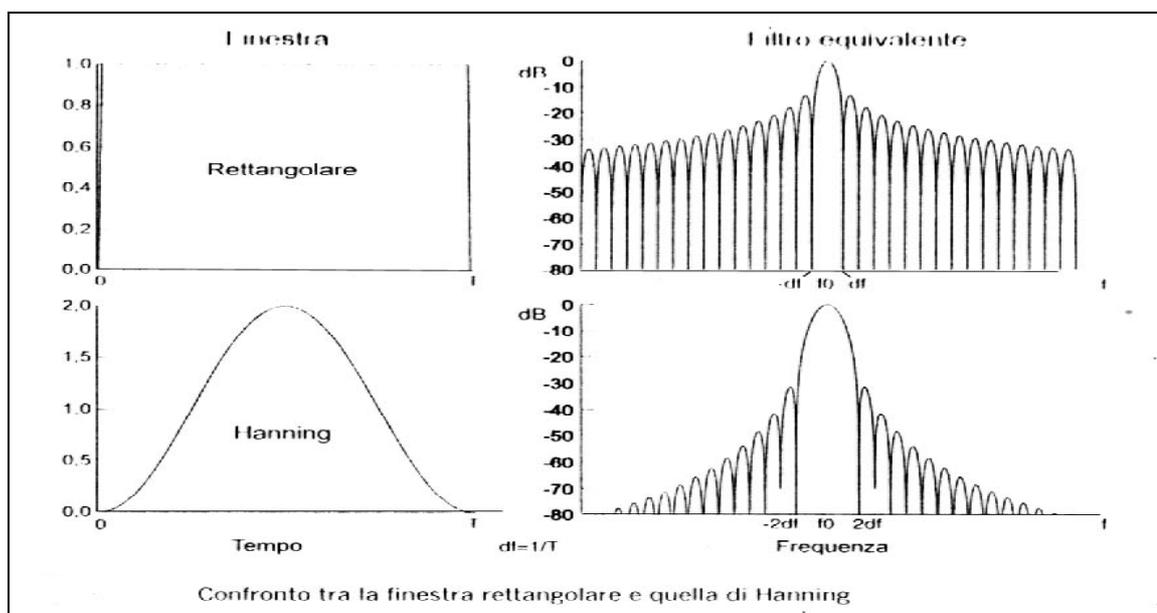


Figura 2- 6 Confronto tra finestra rettangolare e Hanning (da[2])

L'ampiezza della finestra rettangolare ha per $f=0$ un valore diverso da zero e molto più grande del corrispondente valore della finestra di Hanning, la quale oltretutto presenta valori diversi da zero oltre che per $f = 0$ anche per $f = \pm\Delta f$, ma ha il vantaggio fondamentale di avere lobi molto meno accentuati.

Quindi la finestra rettangolare fornisce una rappresentazione valida ed adeguata, priva di dispersione, quando la lunghezza di acquisizione è pari ad un numero intero di periodi, e qualora ciò non si verifichi, genera una forte dispersione a cui possiamo ovviare con l'adozione delle opportune finestre che diminuiscono la dispersione, ma che nello stesso tempo riducono l'ampiezza delle trasformate